MENSURA CAELI

Territorio, città, architetture, strumenti

Atti dell'VIII Convegno Nazionale
della Società Italiana di Archeoastronomia (SIA)

A CURA DI
MANUELA INCERTI

UnifePress

2010

INDICE

Paolo Bertalotti, Mauro Luca De Bernardi,
Izabel Alcolea e Maria Chiara Bonora

GEOMETRIE PER IL DISEGNO DELLA TERRA E DEL CIELO*

Abstract. *«Why every project has been built on geometrical basis? It is not sufficient to say that geometry, measure, etc. help the designer to convey to the builder a rule for realization. The analysis of some forms introduces doubts that something more may exist; why bring all to unity, why establish a code for reading architecture so effective as to be rediscovered and reread in the same way after many centuries? In the code there is all sense of the ancient artist, who fitted into his historical period reinterpreting rules, aesthetic and stylistic canons, but with continuous fear to be forgotten. There is the fear of man to be abandoned into oblivion, to be not part of history. There is a problem of communication, not only transversal (communicate a thought that must be realized) but also vertical (communicate in time a thought that goes beyond different cultures and that can be interpreted and deciphered through the chosen code). If the code is geometry (built with known tools, proportions, relations, etc.) the code is universal and recoverable». (M.C. Bonora)*

1. *Geometria*

«Di tutte le scienze» – dice Voltaire – «la più assurda, la più capace di soffocare ogni specie di genio è la geometria. Questa scienza ridicola ha per oggetto superfici, linee, punti, che non esistono in natura […]. La geometria, in verità, è uno scherzo di cattivo gusto»[1].

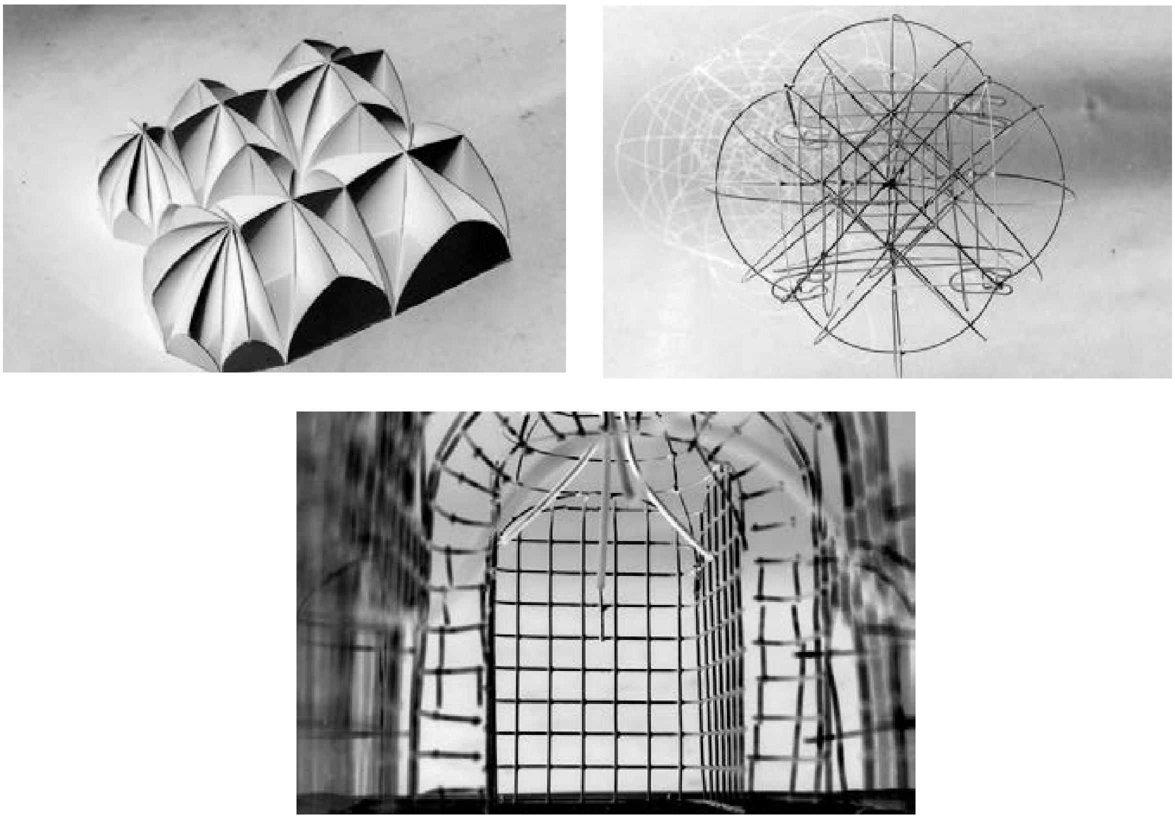
Quando leggo questa frase, ottengo reazioni contrastanti: sconcerto, approvazione e, una volta… anche un applauso.

Perché molti studenti non amano la geometria e ne sono così distanti? Forse perché la geometria è astrazione ed appare distante dalla realtà materiale.

Proviamo invece a pensare alla geometria come al sostegno di ogni forma costruita, come allo strumento ordinatore del pensiero spaziale, che consente di definire la forma a cui la materia si appoggia.

* Elaborazioni grafiche a cura di Izabel Alcolea.
[1] Voltaire, *Jannot et Colin*, in Spagnol (1983).

FIG. 6.1. *Modello geometrico, piani che contengono le nervature, linee di costruzione, schema geometrico e spazialità della forma*



Platone diceva che le cose di questo mondo sono solo le copie imperfette delle idee pure che hanno sede in un mondo ideale, l'iperuranio.

La geometria a sostegno di una forma può essere considerata come l'idea pura, perfetta e irraggiungibile. La forma costruita con la materia tende all'idea pura, ma senza mai raggiungerla, anche se tra idea e materia esiste una relazione biunivoca inscindibile.

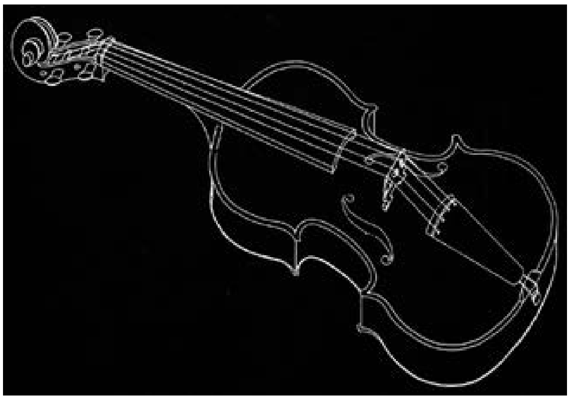
La forma geometrica è sostenuta da una catena di costruzioni, un vero e proprio codice geometrico, che lega ogni ente e quindi ogni elemento materiale.

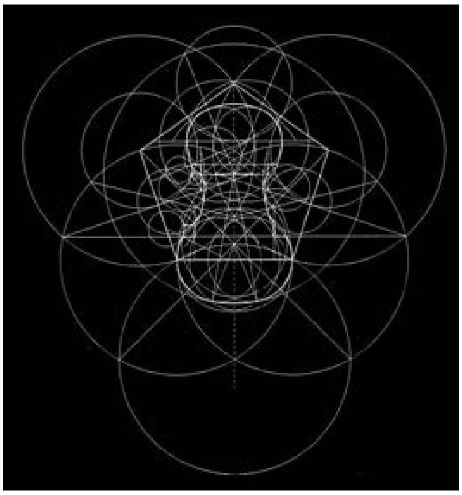
Tutte le civiltà antiche hanno usato la geometria per plasmare la materia, per costruire e per interpretare non solo le forme esistenti, ma anche la nascita, la vita, il trascorrere del tempo, gli eventi che si susseguono, che possono essere percepiti come anelli di una catena legati tra loro. L'evoluzione nel tempo, la sequenza degli eventi, i cambiamenti umani riferiti alle trasformazioni della terra e del cielo, hanno indotto il pensiero dell'uomo ad attribuire a ciascun evento un significato simbolico, a volte mitico, che aiutasse a spiegarci nei secoli la struttura della vita, a rendercela comprensibile e comunicabile, trasferibile nella storia.

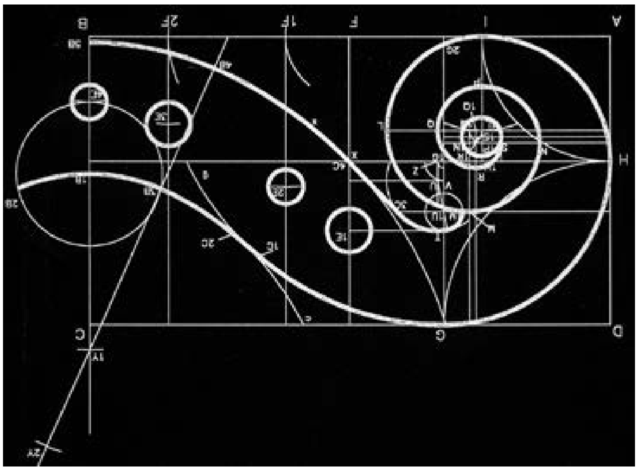
Oggi, attraverso la materia, anche se della forma vi sono solo alcune rovine (è il caso dei siti archeologici), riconosciamo attraverso le geometrie, la forma teorica ideale e, di conseguenza, il percorso progettuale e costruttivo.

La ricerca della forma teorica, attraverso le concatenazioni geometriche, di cui mostriamo alcuni esempi, realizzate con riga e compasso con l'introduzione di una sola misura (il raggio di una sfera), ha permesso di ipotizzare elementi innovativi nella costruzione e nella evoluzione delle forme costruite.

2. *Il violino Betts di Stradivari*



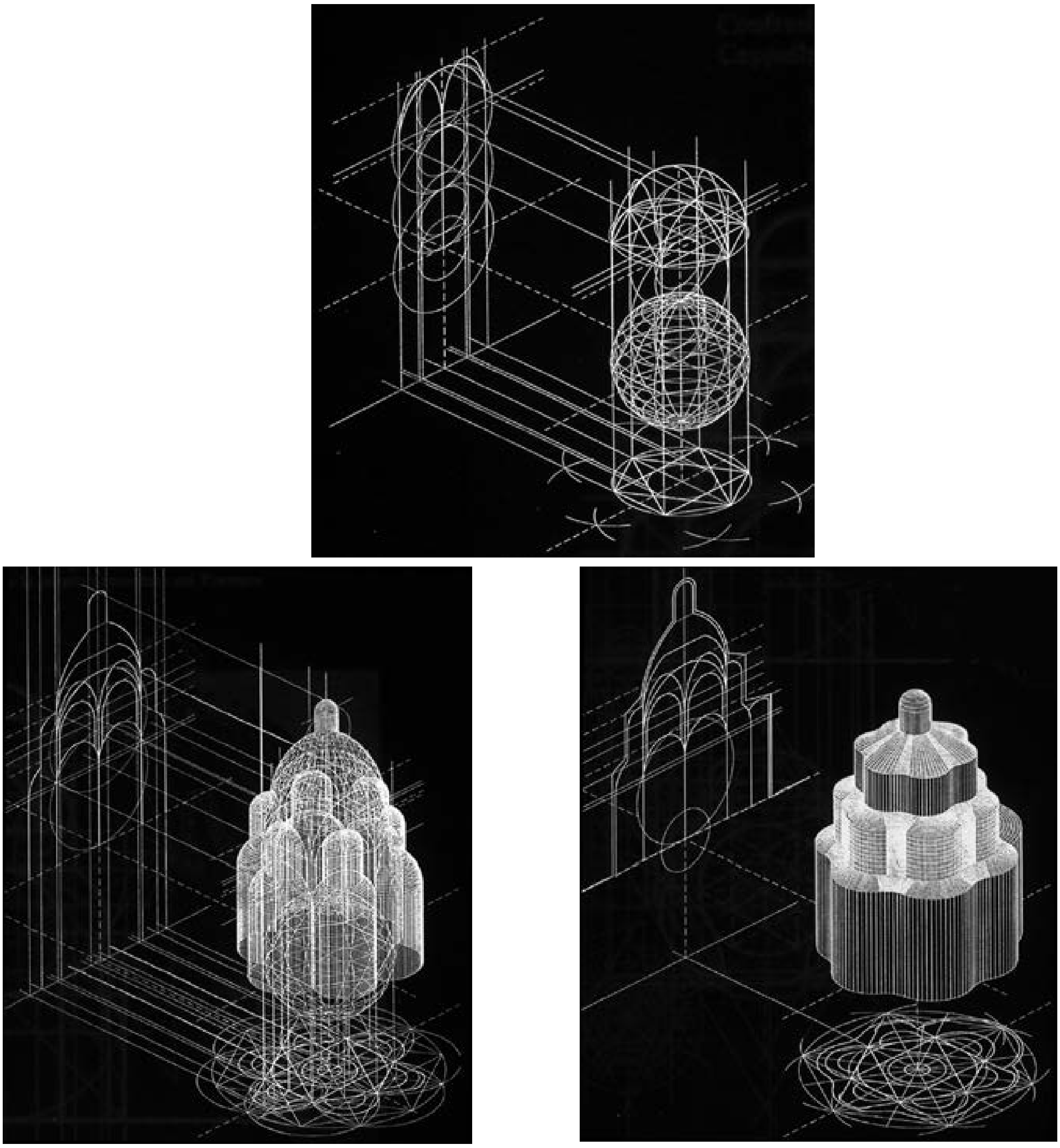




Il disegno della tavola armonica eseguito con una catena di costruzioni[2], tracciate con riga e compasso e con una sola misura, induce a pensare che uno dei presunti segreti di Stradivari stia nel disegno della forma, nel proporzionamento, e suggerisce che dai rapporti armonici derivanti dalle costruzioni geometriche nascano le sue straordinarie qualità acustiche.

[2] Spanò (1992-1993). Disegno del ricciolo del violino. Passo finale della costruzione geometrica della chiocciola e della scatola dei bischeri elaborata da D. Angeloni e disegnata da Antonia Spanò.

3. *Cappella del Valinotto a Virle di Bernardo Vittone*

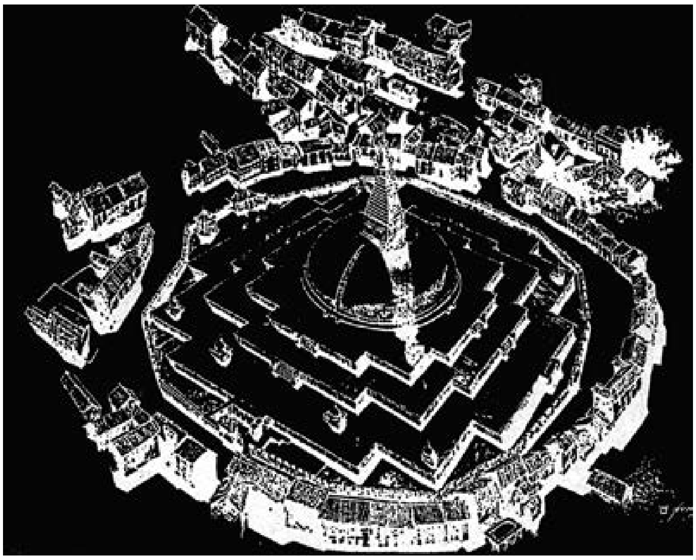


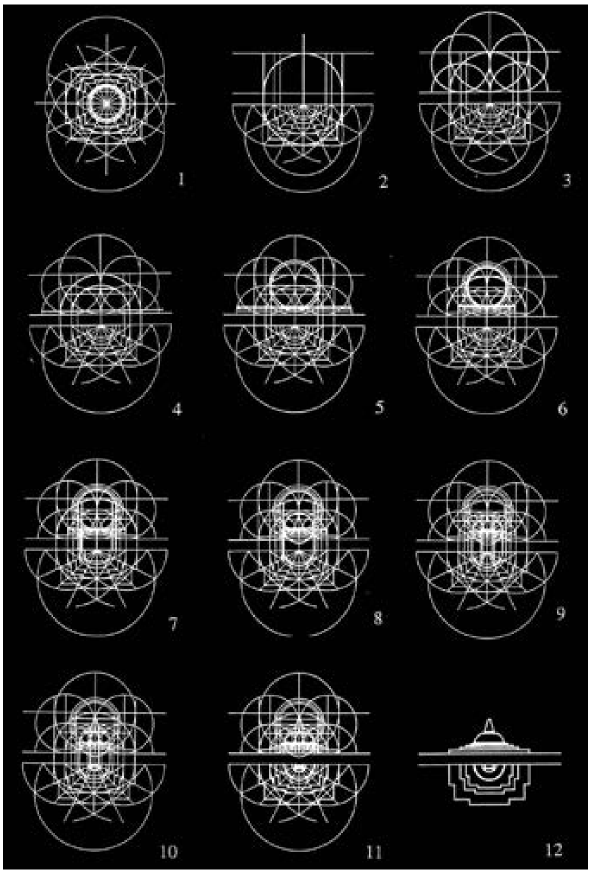
L'obiettivo della ricerca è stato quello di realizzare un'immagine geometrica essenziale, ma completa, per descrivere la forma della cappella. In un primo momento si è cercato di riconoscere tutti gli enti geometrici che stanno a sostegno degli enti della chiesa. Poi «è stato una sorta di gioco» – ha scritto Andrea Grossi – «quello di andare a scoprire, sempre solo con una riga, una matita ed un compasso, i passaggi capaci di generare il tutto… Solo grazie a una interpretazione della composizione delle forme molti dei tanti problemi di concatenazione e corrispondenza sono stati risolti»[3].

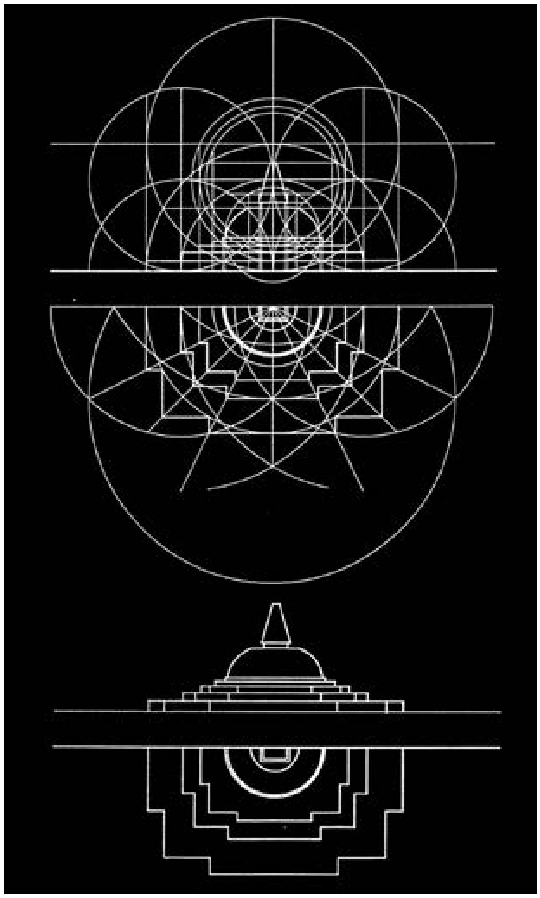
[3] Grossi (1994-1995).

L'immagine geometrica conclusiva deriva dunque da una sequenza di costruzioni geometriche concatenate che parte dalla sfera ed è conseguente ad una interpretazione della forma.

4. *Lo Stupa buddista*

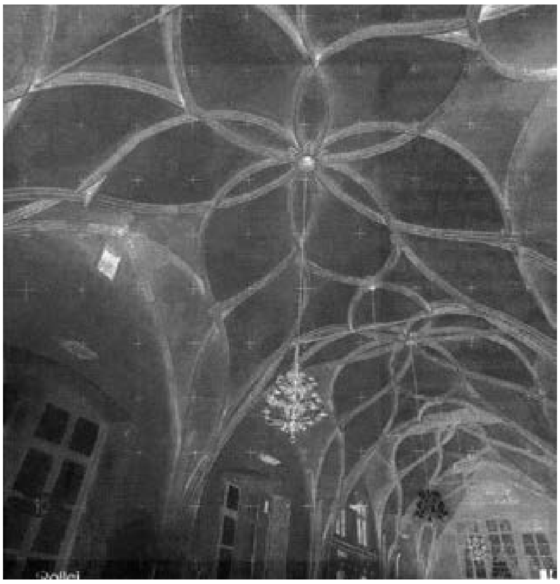


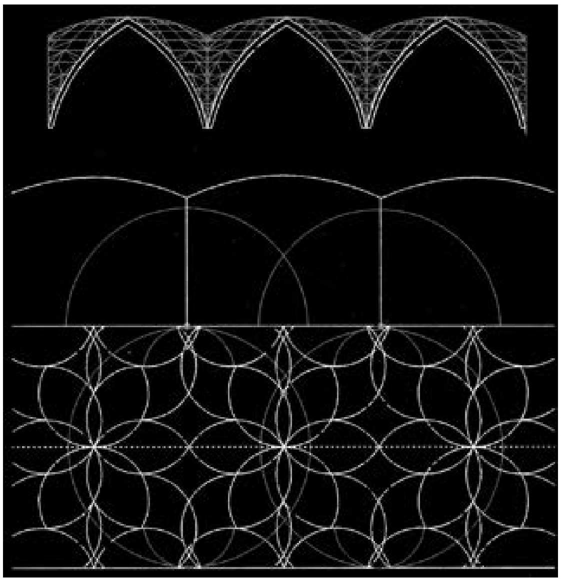


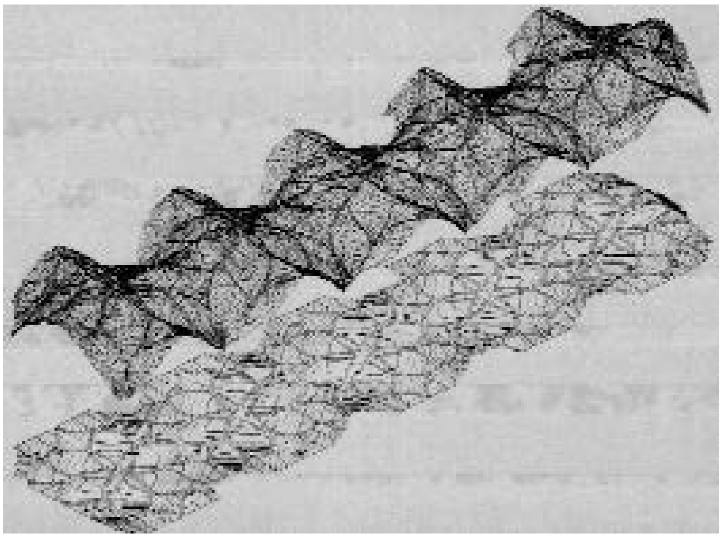


«Così anche per le forme del mandala e dello stupa (lo stupa non è altro che un mandala tridimensionale)» – ha scritto Giuliana Ossola – «apparentemente semplici e finite si è resa possibile la costruzione attraverso la concatenazione dei circoli, nella piena osservanza del precetto secondo il quale tutti i fenomeni sono interdipendenti»[4].

5. *Vladislavsky Sal a Praga*







«Partiamo dal presupposto che una architettura possa essere analizzata dalle sue geometrie.» – ha scritto Veronica Cassatella – «Applichiamo il metodo introdotto dal prof. A. De Bernardi secondo il quale da un'unica misura iniziale, da una forma geometrica di riferimento, la sfera, si possa risalire tramite concatenazioni all'intero schema compositivo dell'elemento in questione. Lo studio delle geometrie inizia con il tracciamento di un segmento assunto ad unica misura di riferimento per l'intera costruzione.

[4] Ossola (1997-1998).

Dimostreremo che da un'unica misura di base è possibile ripercorrere i passi che il disegnatore aveva certamente percorso con l'ausilio di strumenti di disegno elementari: il compasso che consente di tracciare la sezione della sfera, ovvero la circonferenza, la riga con cui è possibile mettere in relazione le parti attraverso il collegamento dei punti.

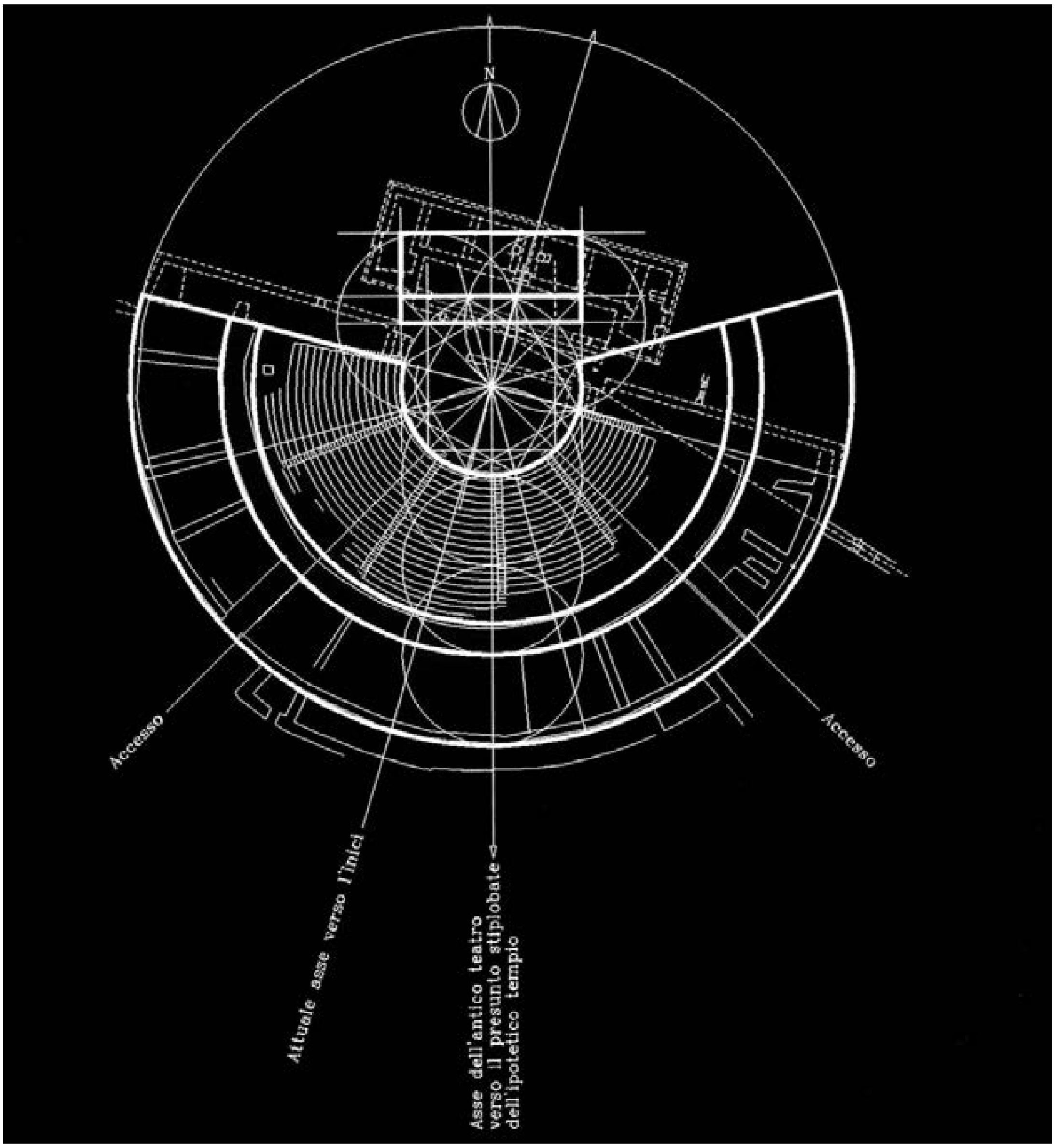
Ogni forma geometrica ha pertanto una sua genesi dettata dal prevalente utilizzo degli strumenti di disegno succitati. La procedura per l'ottenimento della forma conclusiva, e con caratteristiche indiscutibili di unitarietà, è del tutto logica e consequenziale.

Alla fine del rilevamento delle geometrie è stata condotta una breve verifica analitica sulla base dei dati numerici rilevati durante lo studio fotogrammetrico. Questa verifica ha consentito di apporre alcune specifiche su una forma già di per sé spiegabile e spiegata mediante il solo utilizzo di riga e compasso»[5].

6. *Teatro di Segesta*

Attraverso lo studio delle geometrie Mauro Luca De Bernardi ha potuto ricostruire la forma del teatro romano di Segesta e ipotizzare la forma del teatro greco.

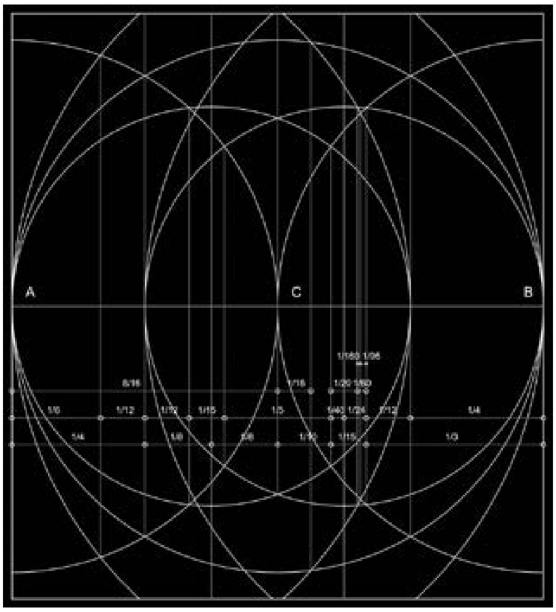
[5] CASSATELLA (2000-2001).

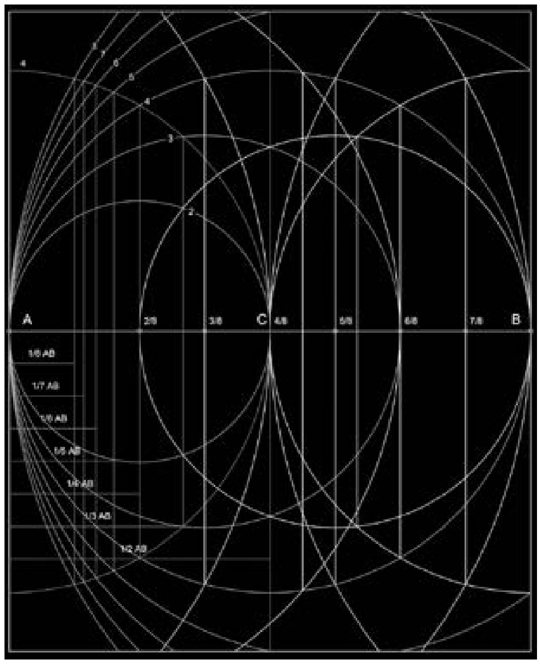


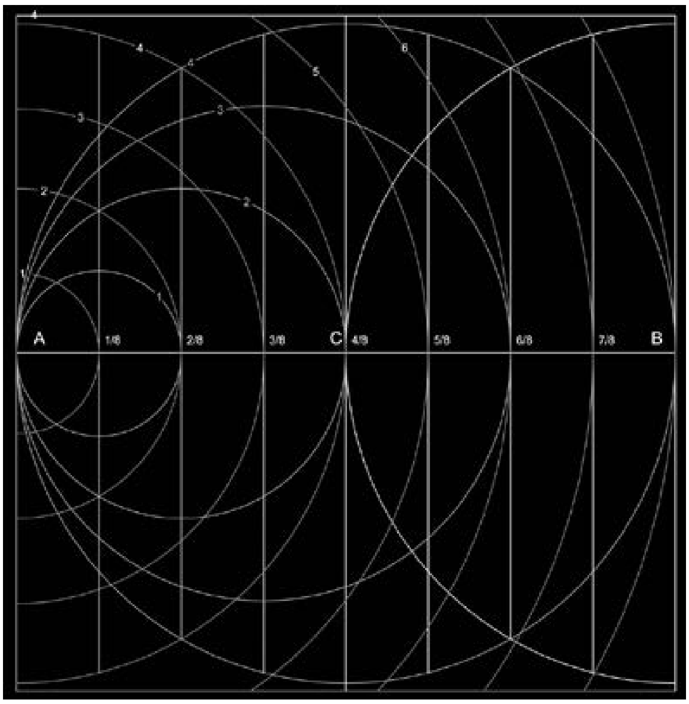
7. *Misura e proporzioni*

L'attenzione per tutto quello che interviene e partecipa alla costruzione della forma anche se invisibile o dimenticato, ha condizionato l'impostazione del lavoro inducendo a sviluppare una ricerca sui gesti costruttivi, sui percorsi e sulle costruzioni che stanno alla base del disegno (una sorta di archeologia del gesto costruttivo).

La rilettura di Vitruvio e Palladio ha portato alla scoperta di una costruzione grafica, i cui risultati sono verificati con il teorema di Euclide, che permette di dividere una unità in parti intere e frazionarie, utilizzata per le misure, le proporzioni e che è stata anche usata per rappresentare la simmetria dell'universo.







Vitruvio nel suo libro *De architectura* indica che la base della colonna ionica, «che corrisponderà ad 1/3 del diametro della colonna, deve essere divisa in sette parti, tre delle quali saranno assegnate al toro superiore, le altre quattro, divise a metà, andranno una al *trochilos* superiore, con i suoi astragali e il sopracciglio, l'altra al *trochilos* inferiore».

Palladio «nel partire e misurare gli ordini», non ha «voluto tor certa, e determinata misura, cioè particolare ad alcuna Città, come braccio, ò piede, ò palmo; sapendo che le misure sono diverse, come sono diverse le Città, e le regioni: ma, imitando Vitruvio» si serve del «Modulo, il diametro della colonna da basso, diviso in minuti 60».

La costruzione grafica consente di individuare i rapporti fondamentali indicati da Vitruvio e Palladio, e fornisce anche le regole generali per ottenere sia l'ennesima parte di una unità sia un valore frazionario.

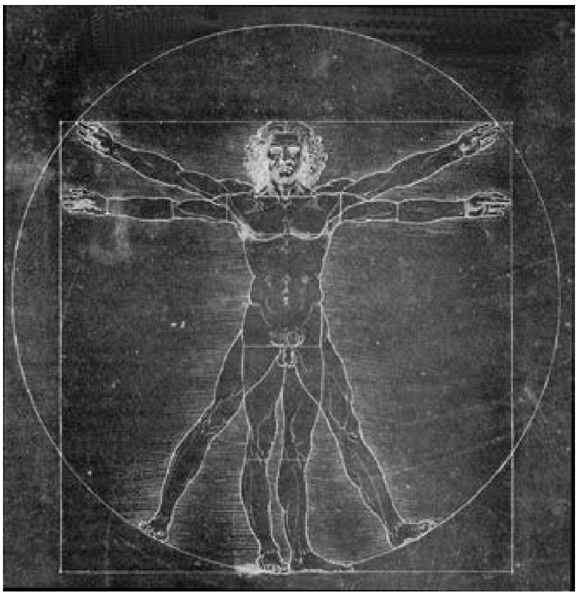
Per ottenere l'ennesima parte del segmento AB si divide il segmento AB in 8 parti, si punta il compasso in n/8 e si disegna la circonferenza di raggio n/8. Congiungendo i punti di intersezione con la circonferenza di raggio 1/2 AB, si ottiene un segmento che dista 1/n AB da A.

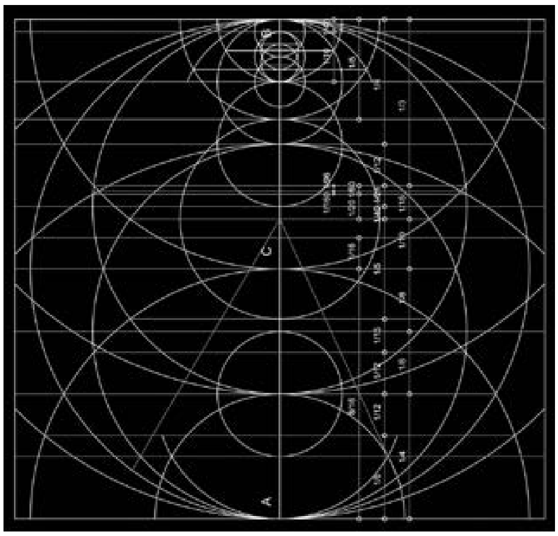
Per ottenere un valore frazionario, si divide il diametro AB in n parti. Si disegna la circonferenza passante per A di diametro x/n, e la si interseca con una circonferenza con centro in A di raggio y/n. Congiungendo i punti di intersezione si ottiene un segmento la cui distanza da A è espressa con una frazione che ha

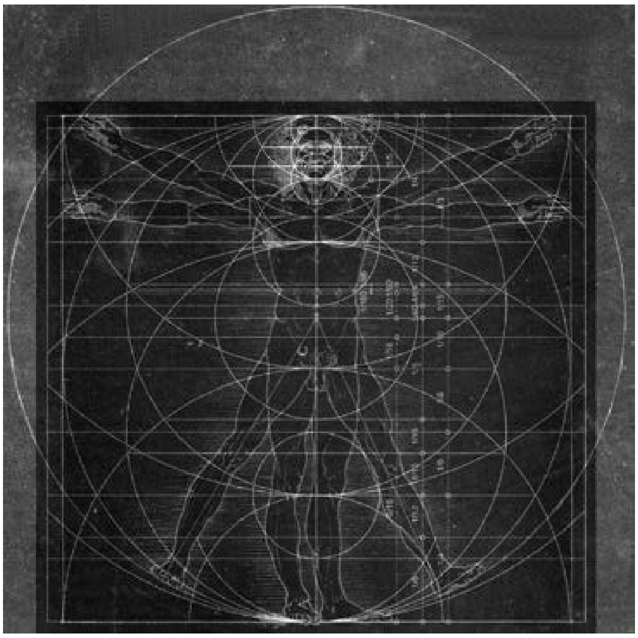
– al numeratore y^2 e
– al denominatore x* n

La verifica effettuata per il disegno di alcune forme, di cui mostriamo i disegni, ha indotto a pensare che il metodo grafico scoperto potesse essere lo strumento usato nell'antichità per «commisurare» – come dice Vitruvio – «secondo un modulo fisso, le singole parti e l'insieme nel suo complesso».

9. *Il disegno dei sottomultipli dell'unità. L'uomo di Vitruvio disegnato da Leonardo da Vinci*

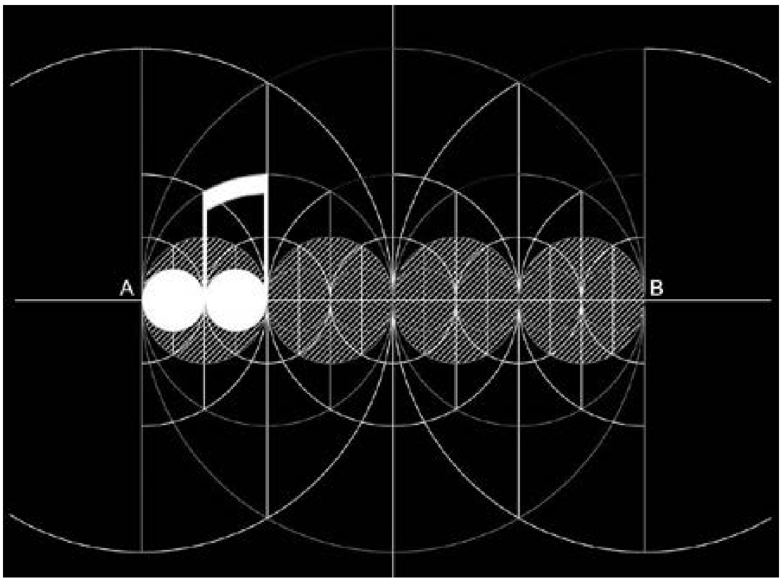






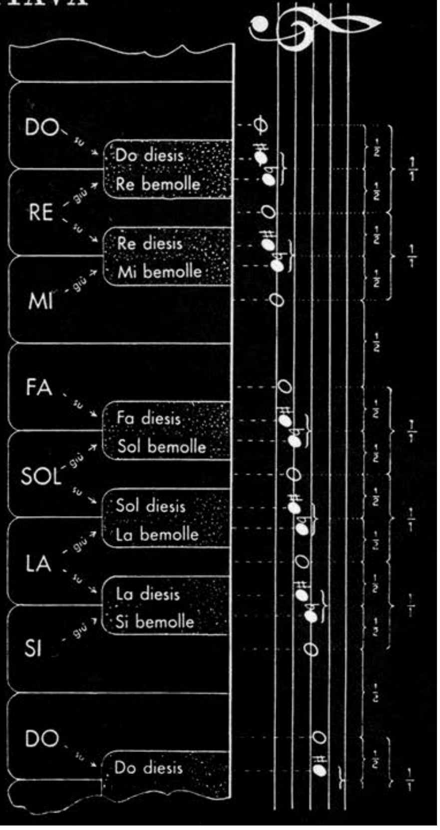
«Le unità di misura per ogni tipo di intervento sono prese dal corpo» – dice Vitruvio – «quali il pollice, il palmo, il piede, il cubito e furono fissate in un numero perfetto». I rapporti tra le varie unità sono stati definiti sulla base degli strumenti utilizzati. Le divisioni per ottenere i sottomultipli dell'unità di misura sono tracciabili con la costruzione grafica per la divisione del segmento AB. Questa costruzione è sovrapponibile al disegno di Leonardo dell'Uomo di Vitruvio.

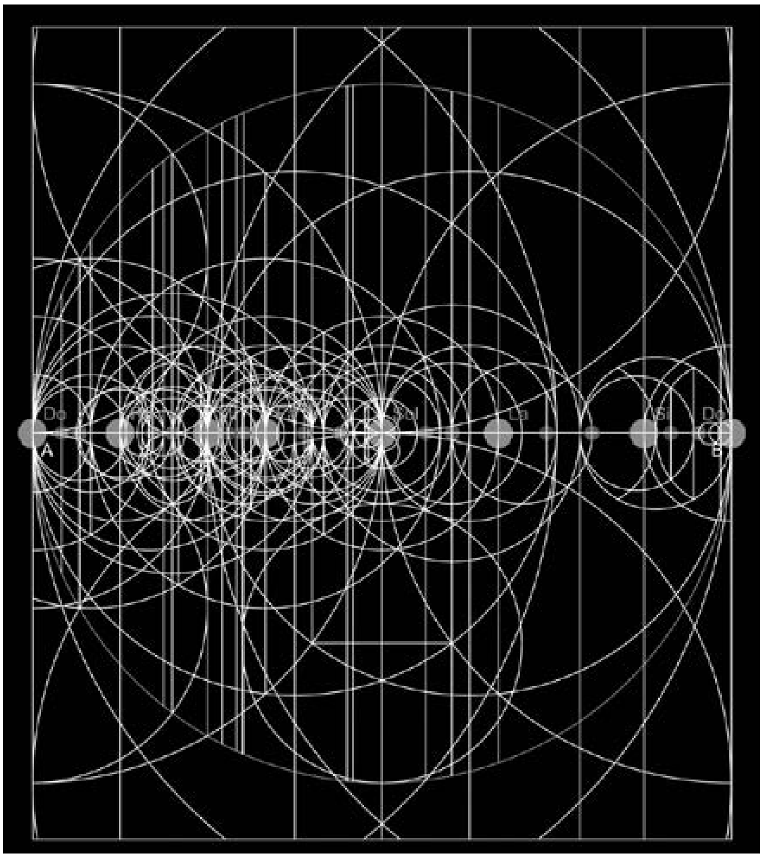
10. *Il disegno della figura delle note e dei rapporti di frequenza delle note della scala musicale naturale*



INTERVALLI ENTRO L'OTTAVA

Dalla tonica do a:			Frequenza relativa Scala naturale		Scala temperata
DO		unisono	1	1.000	1.000
DO	♯	semitono	25/24	1.042	1.059
RE	♭	seconda minore	16/15	1.066	1.059
RE		seconda maggiore	9/8	1.125	1.122
RE	♯	seconda eccedente	75/64	1.172	1.189
MI	♭	terza minore	6/5	1.200	1.189
MI		terza maggiore	5/4	1.250	1.260
FA	♭	quarta diminuita	32/25	1.280	1.260
MI	♯	terza eccedente	125/96	1.302	1.335
FA		quarta giusta	4/3	1.333	1.335
FA	♯	quarta eccedente	25/18	1.389	1.414
SOL	♭	quinta diminuita	36/25	1.440	1.414
SOL		quinta giusta	3/2	1.500	1.498
SOL	♯	quinta eccedente	25/16	1.562	1.587
LA	♭	sesta minore	8/5	1.600	1.587
LA		sesta maggiore	5/3	1.667	1.682
LA	♯	sesta eccedente	125/72	1.736	1.782
SI	♭	settima minore	9/5	1.800	1.782
SI		settima maggiore	15/8	1.875	1.883
DO	♭	ottava diminuita	48/25	1.920	1.883
SI	♯	settima eccedente	125/64	1.953	2.000
DO		ottava giusta	2	2.000	2.000





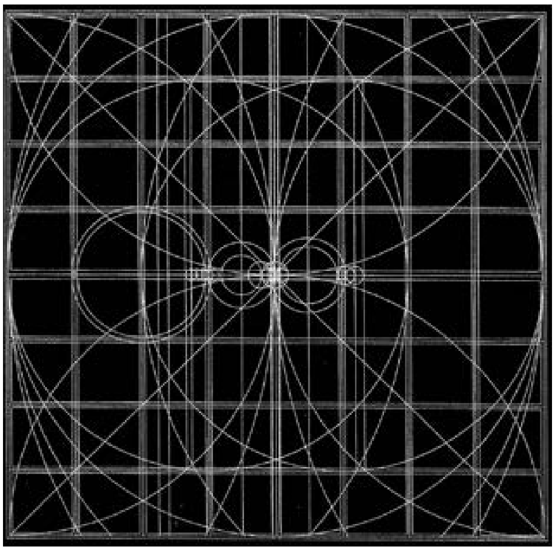
Il ritmo musicale è legato alle battute. La costruzione per la divisione del segmento AB porta ad una naturale rappresentazione della figura (durata nel tempo) delle note.
Semibreve: valore di un intiero (4/4)
Minima: valore uguale alla metà (2/4)
Semiminima: metà della minima (1/4)
Croma: metà della semiminima (1/8)

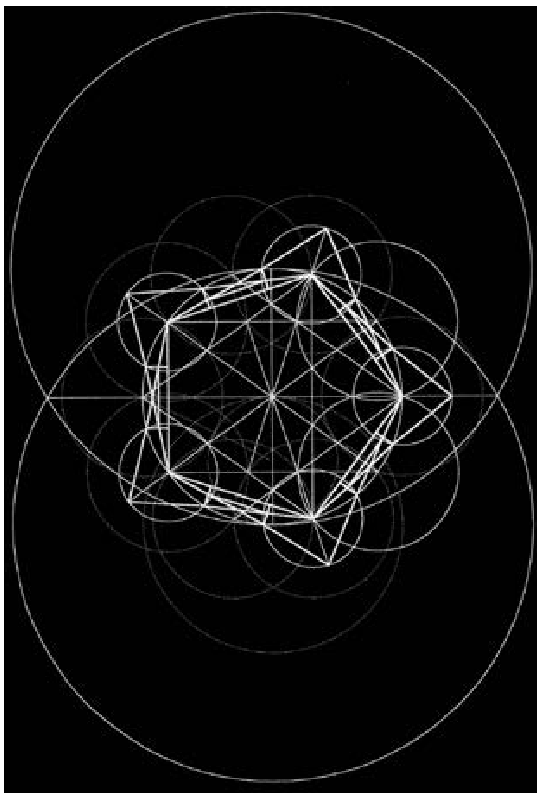
L'intonazione del suono, invece, è data dalla frequenza, cioè dal numero di vibrazioni nella unità di tempo.

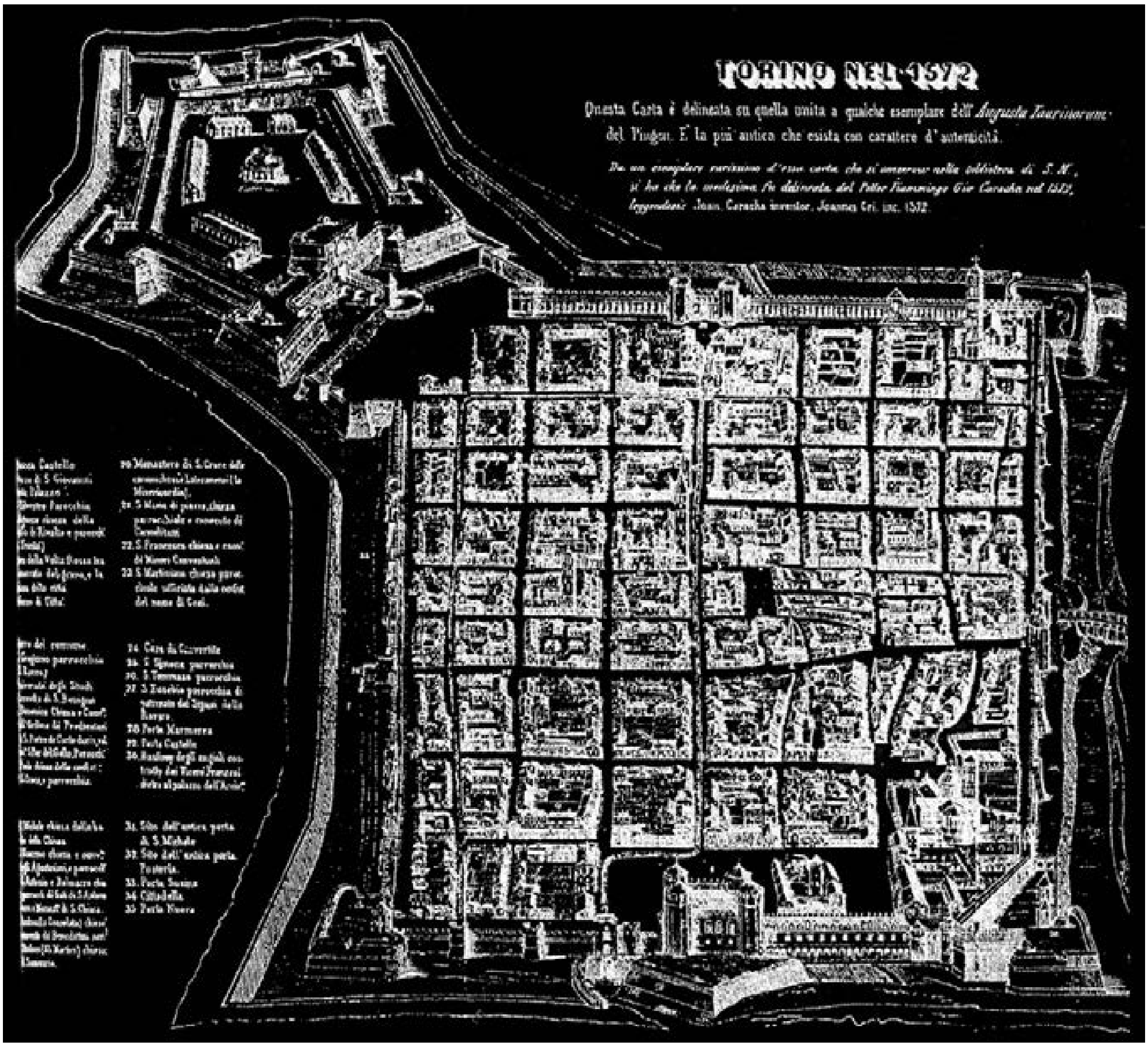
Pensiamo ad una corda che vibra ed emette il suono DO. Se si tocca la corda a metà, la frequenza raddoppia e il suono diventa il DO dell'ottava superiore. Se si tocca la corda a 2/3 della lunghezza la frequenza diventa 3/2 e il suono è il SOL naturale (la quinta rispetto al DO). Partendo dal SOL si può moltiplicare per 3/2 e ottenere il RE (la quinta del SOL). Andando avanti con questo criterio si possono ottenere tutte le frequenze delle 21 note della scala naturale.

Per semplicità, però, i valori delle note sono stati semplificati e ridotti in frazioni rappresentabili con la geometria.

11. *Torino romana e la Cittadella*





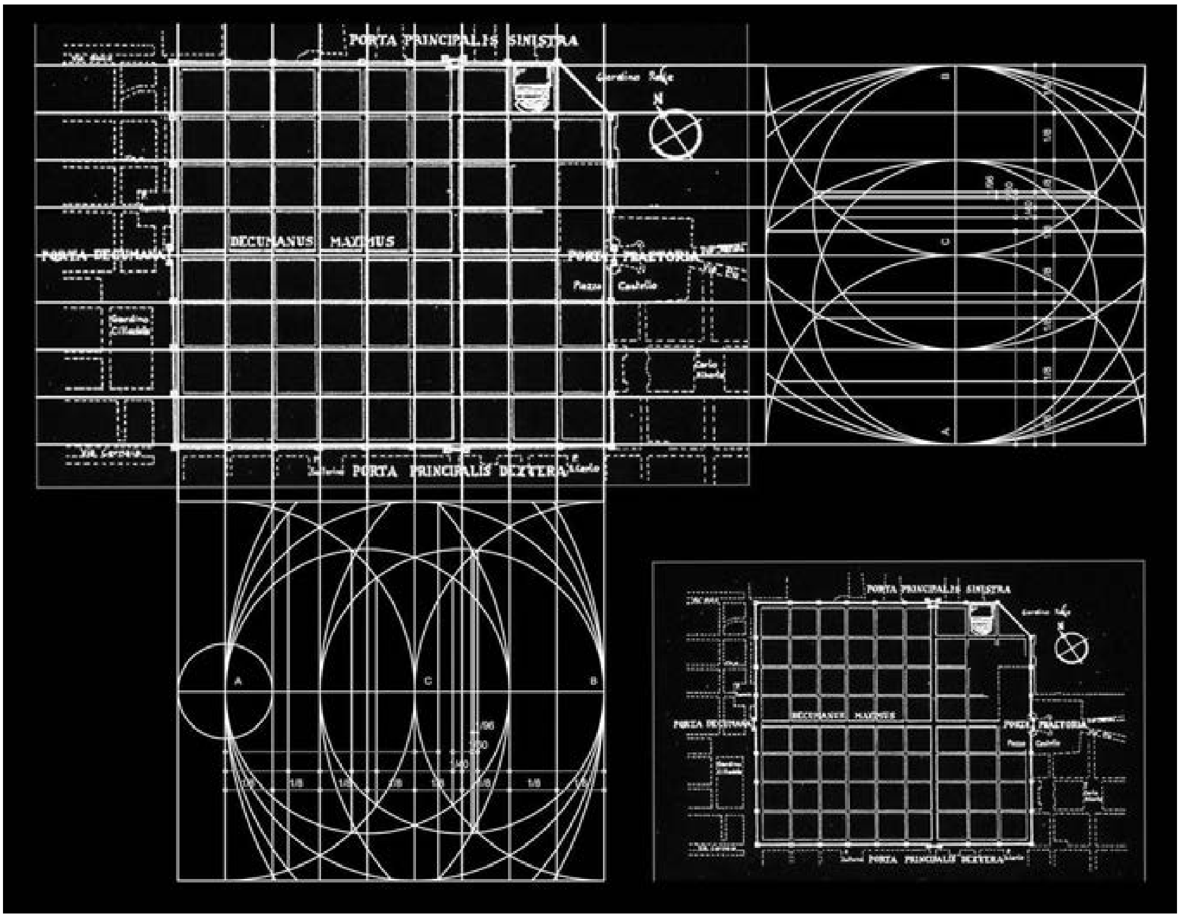


Considerata come unità un *castrum* quadrato di 2400 piedi di lato, la geometria suggerisce la divisione in 8 parti uguali.

Le costruzioni grafiche per la divisione del segmento AB, permettono di individuare tutta una serie di rapporti; tra questi segnaliamo:

– 1/60 di 2400 piedi = 40 piedi, che corrisponde alla misura che gli storici attribuiscono al "decumano";
– 1/80 di 2400 piedi = 30 piedi che, secondo gli storici, potrebbe corrispondere alla larghezza del cardo;
– 1/96 di 2400 piedi = 25 piedi, che potrebbe essere la larghezza di una via con i marciapiedi;
– 1/480 di 2400 piedi = 5 piedi = 1 *passus* (la larghezza del marciapiede), e
– 1/2400 di 2400 piedi = 1 piede

Consideriamo adesso Torino romana. La costruzione grafica per la divisione di un segmento può consentire il disegno di un modello ideale per il tracciamento della città di Torino, una città rettangolare con una divisione di 8x9 isolati.



Sovrapponendo la costruzione grafica al disegno della città, si può notare che le linee di divisione in otto parti si sovrappongono alle linee che passano per le facciate degli isolati.

– La linea 8/8 coincide con il margine destro degli isolati della città,
– la linea passante per A (0/8) coincide con il margine destro del primo isolato,
– il primo isolato si ottiene riportando 1/8 a lato del quadrato di lato AB,
– la linea dei 5/8 coincide con il margine degli isolati confinanti con il *cardo*,
– lo spazio del *cardo* è ricavato a scapito degli isolati a lato, che pertanto diventano rettangolari.

La larghezza di tutte le vie potrebbe essere 1/96 AB

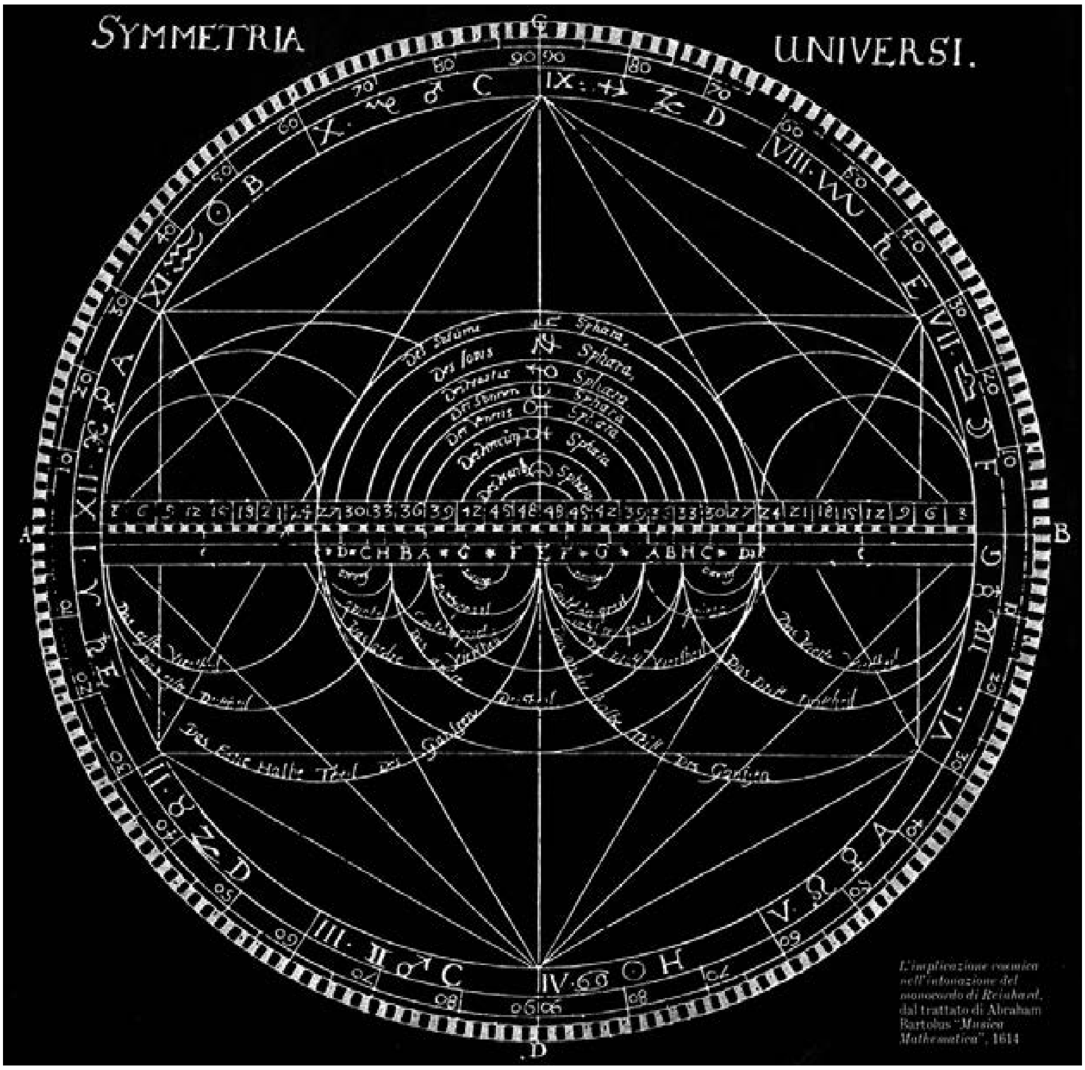
Sulla base di queste premesse, il lavoro è stato sviluppato da Ahmad Musavi, nell'ambito della tesi *Modelli geometrici nella costruzione urbana. Torino romana e la Cittadella* (relatori Paolo Bertalotti e Vilma Fasoli).

Musavi ha formulato una ipotesi innovativa di tracciamento del disegno della città di Torino, producendo uno schema geometrico che si sovrappone fedelmente a tutti i reperti di epoca romana ritrovati disegnati in cartografia e ha scoperto che il lato del pentagono con cui si costruisce il disegno della Cittadella è il diametro di una circonferenza che ha come lunghezza il lato minore della Torino romana.

Questo metodo grafico ha permesso di tracciare il disegno di un *castrum* quadrato con il lato di 2400 piedi e della Torino romana, città rettangolare di 8x9 isolati, di individuare la larghezza del cardo, del decumano e delle vie, le logiche geometriche che portano all'individuazione dei principali rapporti della città romana, le costruzioni che dividono una unità in sottomultipli e che legano le misure tra loro e ciascuna di queste con l'unità stessa.

12. *Il disegno dell'Universo*

«Mediante misteriose costruzioni» – dice Piergiorgio Odifreddi – «basate sui numeri 1, 2, 3, che corrispondono ai rapporti numerici dell'ottava e della quinta, si arriva alla determinazione dei rapporti che regolano il moto dei pianeti».



Rappresentazione dell'Universo in cui si riconosce che lo strumento usato per la costruzione geometrica ha determinato l'interpretazione della realtà. L'implicazione cosmica nell'intonazione del monocordo di Reinhard, *dal trattato di Abraham Bartolus* Musica Matematica, *1614*

Anche se nel disegno le orbite dei pianeti non sono quelle reali, il disegno è interessante perché ci fa vedere quale era la costruzione geometrica che è stata utilizzata per il tracciamento delle orbite dei vari pianeti e la determinazione dei rapporti esistenti tra le stesse, mostrando la relazione che esisteva tra lo strumento per l'interpretazione e la comunicazione della conoscenza.

«Il riferimento agli strumenti per la conoscenza, ai significati simbolici e alle diverse interpretazioni, può essere utile per la ricostruzione dei differenti approcci conoscitivi nel campo astronomico, geometrico, architettonico e popolare.

La forma simbolica del cerchio e della sfera, archetipo della ciclicità della vita nel pensiero dei filosofi pre-cristiani e nelle religioni orientali, e simbolo della forma dell'universo newtoniano, hanno ispirato numerosi architetti europei della fine del '700, che si sono realizzati solo come teorici e non come costruttori, come se i contemporanei studi scientifici sulle leggi del cosmo fossero troppo ingombranti da assorbire e rimodellare per lo spazio della vita comune.

Nel secolo scorso la geometria ha subito un assestamento dovuto alla sua inadeguatezza in relazione alle teorie che tentano di ricostruire la genesi dell'Universo e la sua forma in costante espansione verso l'infinito. I modelli fisici hanno introdotto la quarta dimensione Tempo tra le coordinate che descrivono lo spazio, e la maturata consapevolezza che ogni punto dello spazio potesse essere preso come origine di un sistema di riferimento ha prodotto le numerose teorie sulla Relatività, non solo in campo scientifico, ma in ogni campo del Sapere».

«Perché ogni progetto è stato costruito su basi geometriche? Non è sufficiente dire che la geometria serve a trasmettere al costruttore una regola per la realizzazione! La ricerca sulle basi geometriche delle costruzioni rivela che c'è di più. Perché ricondurre tutto all'unità, perché stabilire un codice di lettura dell'architettura talmente efficace che anche a distanza di secoli si possa riscoprire e rileggere allo stesso modo? Nel codice c'è tutto il senso dell'artista antico, che si inseriva nel suo periodo storico interpretando le regole, i canoni estetici e stilistici, ma con la costante paura di essere dimenticato. C'è la paura dell'uomo di essere abbandonato all'oblio, di non essere parte della storia. C'è il problema di comunicare non solo un pensiero che va realizzato, ma anche di comunicare nel tempo un pensiero che vada al di là delle culture diverse e che possa essere interpretato e decifrato attraverso il codice scelto. Se il codice è la geometria (costruita con strumenti conosciuti, proporzioni, relazioni, etc.) il codice è universale e recuperabile». (M.C. Bonora)

BERTALOTTI P. (2000), *Divisioni di un segmento. Proporzioni, Musica, Misure*, Edizioni il capitello, Torino.

BERTALOTTI P. (2001), *Spirali di un'esposizione*, in S. Santiano, *Diceopoli: la forza del teatro*, Celid, Torino, pp. 44-47.

BERTALOTTI P. (2002a), *Il contributo della geometria nello studio dell'evoluzione della forma*, in R. Ientile (a cura di), *Riconversione di manufatti storici in musei. I musei di oggi negli edifici di ieri*, Atti delle Giornate di Studio, Torino 7-8 maggio 2001, Name, Genova, pp. 233-253.

BERTALOTTI P. (2002b), *Le geometrie per la rappresentazione della città*, in *Il disegno della città*, Atti del Convegno, San Gimignano, 28-30 luglio 2002, Alinea Editrice, Firenze, pp. 919 e 924-928.

BERTALOTTI P. (2004), *Le geometrie per la rappresentazione. Il codice geometrico*, relazione per la Giornata di Discussione storico-scientifica sul tema *L'architettura nel Medioevo e i modi di costruire. Dal progetto al cantiere*, Genova 16 dicembre 2004.

BERTALOTTI P. (2007), *La rappresentazione per l'interpretazione dello spazio costruito*, intervento alla Giornata di Studio *Un'altra comunicazione. Toccare e sentire l'architettura*, Torino, Castello del Valentino, 23 aprile 2007, in *ARES. San Salvario in rilievo*, Silvio Zamorani editore, Torino, pp. 1-14 (il testo del contributo, 07 Bertalotti.pdf., è nel DVD inserito nella pubblicazione).

BERTALOTTI P. (2008), *Il codice geometrico*, in B. Aterini – R. Corazzi (a cura di), *La geometria tra didattica e ricerca*, Atti del Convegno Internazionale, AREA (ITA), Firenze, 17-19 aprile 2008, Dipartimento di Progettazione dell'architettura, Firenze, pp. 206-211.

BERTALOTTI P., ROMANO E., SCARABOTTO H. (2006), *The discovery of geometry logic in architecture through a computer aided design didatics*, in *Atti della XII International conference of geometry and graphics*, Salvador, Bahia, Brazil, 6-10 august 2006, Salvador, Brazil.

CASSATELLA V. (2000-2001), *La geometria a sostegno del disegno e della costruzione delle volte. La sala del Vladislavsky Sal nel castello di Praga* (tesi di laurea), Politecnico di Torino.

DE BERNARDI A. (1994), *Due esempi di architettura euclidea (il Martyrion di San Filippo a Hierapolis – il teatro di Segesta)*, «Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa. Cl. di lettere e filosofia», s. III, 24, pp. 2-3.

DE BERNARDI M.L. (1997), *La forma e la sua immagine*, Edizioni ETS, Pisa.

GROSSI A. (1994-1995), *La geometria quale chiave di lettura dell'architettura di Vittone (Cappella del Valinotto)* (tesi di laurea), Politecnico di Torino.

MICHELS U. (1882), *Atlante della Musica*, edizione italiana a cura di Giovanni Acciai, Oscar Studio, Mondadori, Milano.

MINGOTTO L. (trad.) (1990), *Marco Vitruvio Pollione. De Architectura*, Edizioni Studio Tesi, Pordenone.

MUSAVI A. (2000-2001), *Modelli geometrici nella costruzione urbana. Torino romana e Cittadella di Torino* (tesi di laurea), Politecnico di Torino.
OSSOLA G. (1997-1998), *Linea e forma del cosmo buddista. Lo stupa come rappresentazione relativa di una realtà assoluta* (tesi di laurea), Politecnico di Torino.
SPAGNOL E. (1983), *Il libro delle citazioni*, Garzanti Editore, Milano.
SPANÒ A. (1992-1993), *Disegno geometria e musica: le geometrie del Betts di Stradivari* (tesi di laurea), Politecnico di Torino (dignità di stampa).