

Il cielo e l'uomo: problemi e metodi di astronomia culturale

Atti del VII Convegno Nazionale
della Società Italiana di Archeoastronomia
*Roma, Museo Nazionale Romano,
Terme di Diocleziano*
28 - 29 settembre 2007

A cura di
Elio Antonello

Società Italiana di Archeoastronomia
2010

Indice

Presentazione	iii
---------------------	-----

Parte prima. Orientamenti astronomici, geometrie e metodi

Osservazioni sulla basilica sotterranea di Porta Maggiore in Roma	3
---	---

Parte prima: *I. Sciortino*

Parte seconda: *L. Labianca*

L'orientamento astrale del Tempio del Kothon di Mozia	15
---	----

L. Nigro

Archeoastronomia: metodi e strumenti	25
--	----

P. Moscati

The orientation of the Rujm el-Hiri Southeast Gate.....	35
---	----

A. Polcaro, V.F. Polcaro

La geometria pitagorica della tomba a tholos del tesoro di Atreo di Micene.....	39
---	----

M. Ranieri

Ipotesi sulla fondazione e sulla forma dell'insediamento di Drupad Kila (U.P.- India)	45
--	----

A. Dallaporta, L. Marcato

I rapporti tra architettura e corpi celesti nell'antica Mesopotamia.....	55
--	----

L. Verderame

Contenuti geometrici, metrici e calendariali delle strutture architettoniche preispanche mesoamericane	63
---	----

M. Ranieri

Criteri di orientazione astronomica nelle strutture fortificate dell'Irlanda altomedioevale	81
--	----

A. Gaspani

Archeoastronomia Ligustica: bilancio di venti anni di ricerche.....	97
---	----

M. Codebò, H. de Santis

Penetrazione della luce del Sole al tramonto del solstizio d'inverno ed al tramonto equinoziale in una struttura a <i>tholos</i> del promontorio del Caprione (Lerici, La Spezia).....	109
--	-----

S. Berti, E. Calzolari, S. Marchi

Parte seconda. Astronomia e civiltà umana

Tempo della creazione e ciclo precessionale nella Bibbia	119
--	-----

E.A. Bianchi, M. Codebò, G. Veneziano

Le feste romane dei solstizi: <i>Fors Fortuna</i> e <i>Saturnalia</i>	133
---	-----

L. Magini

Glimpses into the Inca astronomy from a Jesuit document of the early 17 th century	137
<i>L. Laurencich, G. Magli</i>	
Quel cane di Sirio: una stella su Roma antica. Antropologia astronomica nella poesia e nella trattatistica latina.....	147
<i>D. Ienna</i>	
XP, SATOR e le radici ebraiche del cristianesimo. La simbologia olistica e l'astronomia culturale.....	163
<i>T. Brescia</i>	
I luoghi dell'astronomia in città: Roma e Praga, due capitali sullo stesso meridiano.....	173
<i>N. Lanciano</i>	
Il Salone dei Mesi di Schifanoia: dal rilievo alla lettura critica	181
<i>M. Incerti</i>	
Note sulla datazione della SN 1054 dalle fonti orientali.....	187
<i>G. Lupato</i>	

Parte terza. Storia dell'astronomia

Ipotesi e considerazioni circa la geografia sottostante i due orologi catottrici del XVII secolo realizzati a Roma dal Maignan	193
<i>M. Berardo, N. Lanciano</i>	
La precisione di Galileo sulle distanze dei satelliti Medicei	207
<i>F. Castaldi</i>	
La forma della Terra nei Principia di Newton.....	219
<i>V. Banfi</i>	

Parte quarta. Cultura e società

Il Far West dei Greci: tutto vero? Tutto vero!.....	231
<i>S. Frau</i>	

La forma della Terra nei Principia di Newton

Vittorio Banfi

1. Introduzione

Il problema della forma della Terra e degli altri pianeti è affrontato da Newton nel terzo libro dei Principia, in particolare nella Proposizione XVIII, Teorema XVI.^[1]

Nella Proposizione successiva viene sviluppato un ragionamento, basato su un modello interpretativo semplice e geniale, dal quale scaturisce che la forma è uno sferoide di rotazione e si fornisce anche una stima per l'entità dello schiacciamento ai poli. Afferma I. Newton «...Il diametro della Terra all'equatore sta al diametro della Terra attraverso ai poli come 230 a 229». Lo schiacciamento è valutato pari a $\frac{1}{230}$; oggi ben sappiamo che l'effettivo valore è $\frac{1}{294}$, assai più piccolo di quello predetto da Newton. Questa discrepanza è dovuta principalmente al fatto che la Terra non è omogenea.^[2]

In questa nota si constata che tale risultato Newtoniano concorda con quello dedotto da un modello matematico assai più completo, proposto da Maclaurin.

2. La Terra come sferoide schiacciato ai poli

Il testo Newtoniano è chiarissimo, nell'enunciazione della Proposizione XVIII, Teorema XVI, già dal titolo: «Gli assi del pianeta sono minori dei diametri condotti normalmente ai medesimi assi». Nel testo è sviluppato il concetto che la forma del pianeta (considerato isolato nella sua orbita per ciò che concerne il Sole e gli altri pianeti) consegue unicamente dalla forza gravitazionale tra particelle costituenti il corpo stesso e dalla forza centrifuga, cui sono soggette le particelle stesse, causata dalla rotazione del pianeta attorno al proprio asse. La prima forza farebbe tendere alla forma perfettamente sferica, la seconda corregge tale forma mutandola in quella di uno sferoide (o ellissoide di rivoluzione) con asse coincidente con quello di rotazione propria del pianeta. Ecco le parole di Newton «I pianeti, se non fosse per il moto circolare diurno, dovrebbero, a causa della uguale gravità in ogni luogo, presentare una figura sferica. Per via di quel moto circolare avviene che le parti che si allontanano dall'asse siano tentate di salire verso l'equatore... Così il diametro di Giove (essendo concordi le osservazioni degli astronomi) è riscontrato più piccolo tra i poli che tra oriente e occidente...».

Si noti che l'evidenza empirica, che egli fornisce, riguarda la sferoidicità osservata nel pianeta Giove, quindi I. Newton inferisce che ciò avvenga anche per la Terra. La ragione della citazione esplicita del solo Giove è spiegabile storicamente nel modo seguente. Nel 1685–1686, quando Newton scrisse il suo trattato, non vi era alcun consenso a proposito della figura della Terra. Il grande astronomo G.D. Cassini era del tutto convinto che la Terra fosse allungata ai poli, e quindi si era formata, presso gli astronomi, la con-

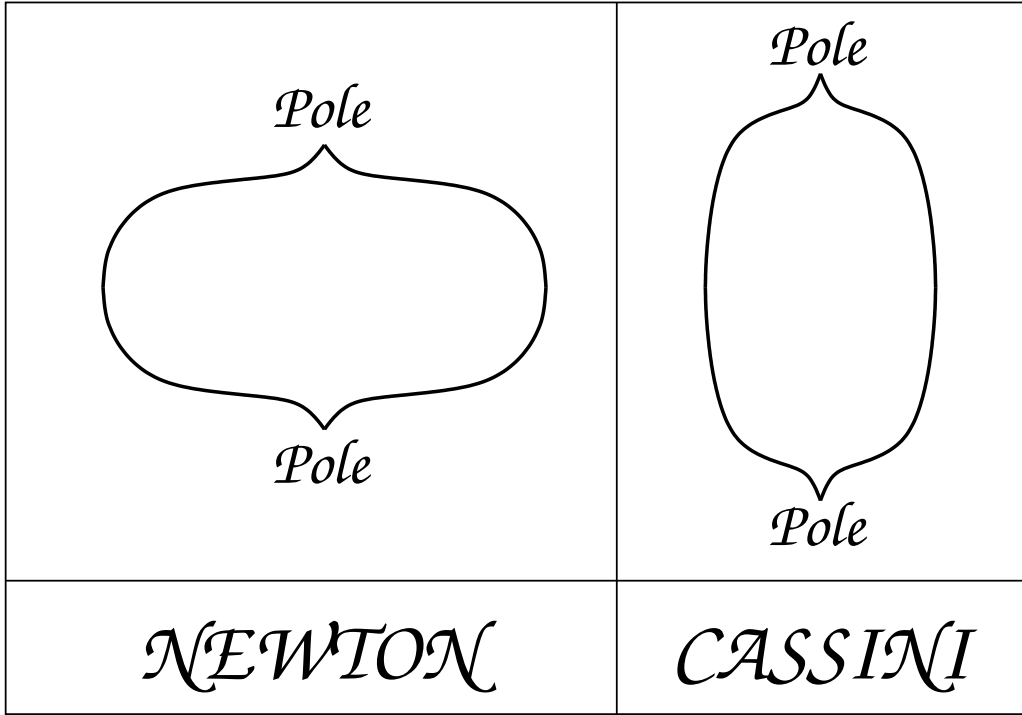


Fig. 1. Disegno scherzoso a proposito della disputa seicentesca relativa alla forma della Terra.

trapposizione tra la tesi di Cassini e quella, corretta, espressa nei “Principia” (vedere la caricatura in Figura 1).

3. Il metodo dei canali nella Proposizione XVIII

Il contenuto di questa Proposizione è più complicato ed intricato del consueto. Si può peraltro sintetizzare, facendo salvo il contenuto concettuale del testo Newtoniano nonché le relazioni numeriche in esso contenute, con l’ottenere una descrizione piana e lineare mediante gli strumenti matematici di oggi. È la metodologia già seguita, da S. Chandrasekhar, in generale nel suo trattato sui Principia.^[3]

Innanzitutto definiamo lo schiacciamento così

$$(1) \quad \varepsilon = \frac{\text{raggio equatoriale} - \text{raggio polare}}{\text{raggio medio}},$$

il raggio medio sarà assunto pari ad R . Introduciamo poi il numero puro m seguente

$$(2) \quad m = \frac{\text{accelerazione centrifuga all'equatore}}{\text{accelerazione gravitazionale alla superficie}} \\ = \frac{\Omega^2 R}{\frac{GM}{R^2}} = \frac{\Omega^2 R^3}{GM} = \frac{3\Omega^2 R^3}{4G\pi\rho R^3} = \frac{3\Omega^2}{4\pi G\rho}.$$

Nella (2) Ω è la velocità angolare di rotazione (è stata assunta costante, ossia la Terra ruota su se stessa come un corpo rigido), G è la costante di gravitazione universale, M

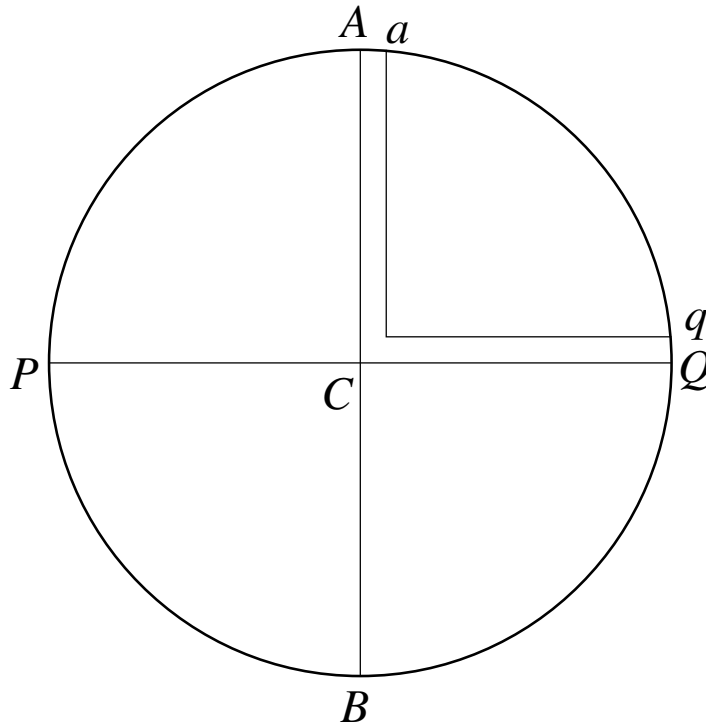


Fig. 2. I canali di Newton (figura tratta dai Principia). Il piano equatoriale passa per A, C, B ; il piano meridiano passa per P, C, Q .

è la massa della Terra. L'accelerazione gravitazionale sulla superficie è stata assunta, come valore medio, $\frac{GM}{R^2}$; infine ρ è la densità media della Terra.

A questo punto I. Newton immagina una galleria di sezione unitaria scavata nel punto A , sull'equatore, sino al centro terrestre C e una simile scavata dal polo Q al centro. Le lettere testé date si riferiscono alla Figura 2, che è la stessa figura schematica che si trova sul testo "Principia". Inoltre egli immagina che i canali così costruiti siano riempiti d'acqua. Dal fatto che l'acqua nel canale sarà in equilibrio, Newton conclude ovviamente che i pesi delle due colonne (equatoriale e polare) debbono essere uguali. Nella galleria CA (lungo il piano equatoriale) l'accelerazione dovuta alla gravità è ridotta a motivo dell'accelerazione centrifuga. Quindi la gravità nella galleria CA non è semplicemente g_{eq} , ma $g_{\text{eq}}(1 - m)$, essendo m fornito dalla (2). Newton aveva già dimostrato che entrambe queste accelerazioni, la gravitazionale e la centrifuga, variano dal centro linearmente con la distanza in un corpo omogeneo (vedi Proposizione LXXIII e Corollario 3, Proposizione XCI del Libro I).

Si noterà che l'esposto metodo dei canali anticipa, in un certo senso e comunque analogicamente, l'esperimento cosiddetto dei vasi comunicanti, che si trovava nei testi di Fisica generale di cinquant'anni orsono (Figura 3).

4. Sviluppo analitico del metodo dei canali

Come è già stato detto la gravità in Q , denotata con g_p , e la gravità in A denotata con $g_{\text{eq}}(1 - m)$, con $m = \frac{3\Omega}{4\pi G\rho}$ = costante della formula (2), provocano un peso gravante al

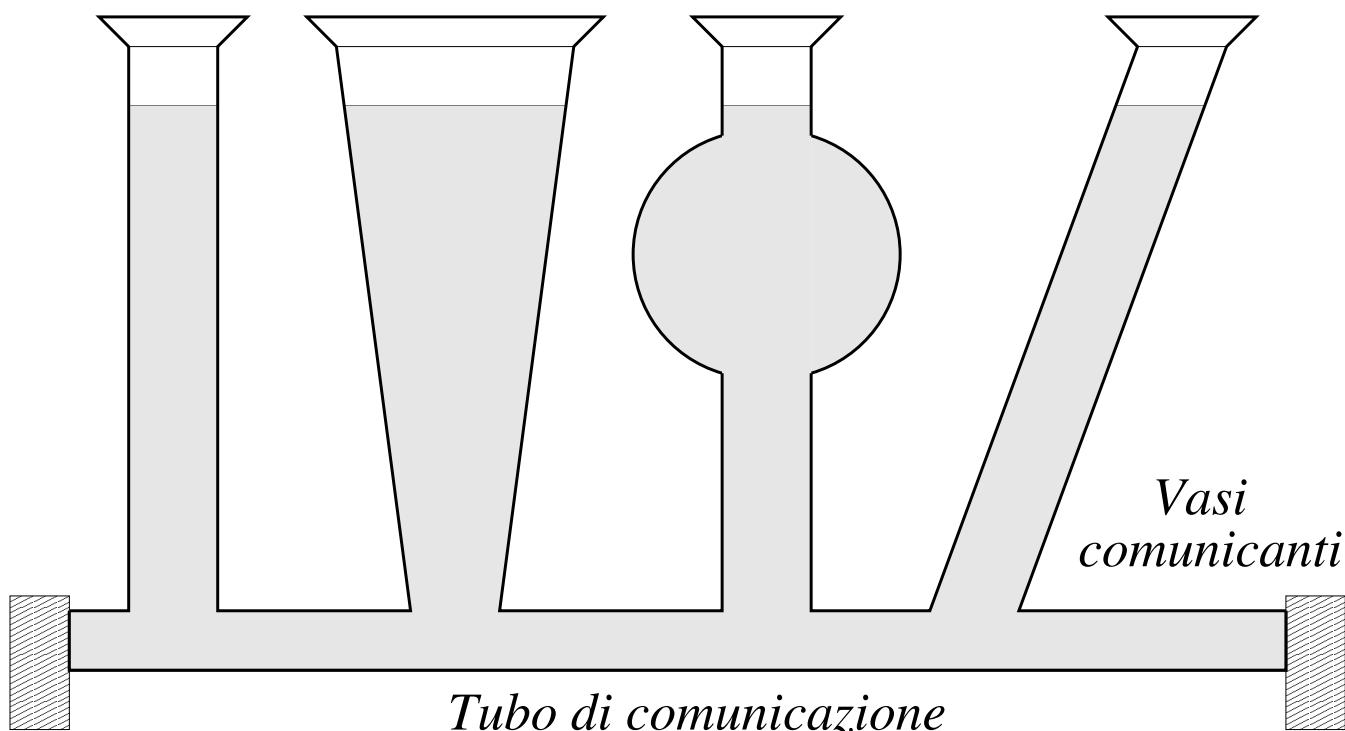


Fig. 3. Esperimento dei vasi comunicanti. Poiché, per l'equilibrio, la pressione in tutti i punti dell'asse del tubo di comunicazione è la stessa, l'acqua nei vasi comunicanti si dispone allo stesso livello, qualunque sia la loro forma.

centro terrestre pari a

$$\begin{aligned} \text{peso della colonna polare} &= \frac{1}{2} \rho b g_p \\ \text{peso della colonna equatoriale} &= \frac{1}{2} \rho a (1 - m) g_{eq} \end{aligned}$$

essendo a = raggio equatoriale, b = raggio polare. Poiché, per l'equilibrio, i due pesi debbono essere uguali

$$(3) \quad a g_{eq} (1 - m) = b g_p .$$

La (3) è l'equazione di Newton dei canali. Essa è valida per ogni sferoide, non necessariamente per uno di piccola eccentricità. Se ammettiamo, come è per le nostre applicazioni, che lo schiacciamento ε sia piccolo si può scrivere

$$\varepsilon = \frac{a - b}{a} = 1 - \frac{b}{a} ,$$

oppure anche

$$(4) \quad b = a(1 - \varepsilon) .$$

Sostituendo la (4) nella (3) discende

$$(5) \quad \frac{g_p}{g_{eq}} = \frac{a(1-m)}{\bar{b}} = \frac{1-m}{1-\varepsilon} \cong 1 + \varepsilon - m ,$$

ed è così determinato il rapporto $\frac{g_p}{g_{eq}}$.

Un ulteriore passo è quello di esplicitare tale rapporto in funzione di ε . Newton utilizza, citando solo la Proposizione XCI, Corollario 2, Libro I senz'altra spiegazione, la seguente formula^[3]

$$(6) \quad \frac{g_p}{g_{eq}} = \frac{1 - \frac{\varepsilon}{5}}{1 - \frac{2}{5}\varepsilon} .$$

A questo punto le (5) e (6) porgono

$$\frac{1 - \frac{\varepsilon}{5}}{1 - \frac{2}{5}\varepsilon} = 1 + \varepsilon - m ,$$

e, per l'approssimazione per ε prima citata,

$$(7) \quad \left(1 - \frac{\varepsilon}{5}\right) \left(1 + \frac{2}{5}\varepsilon\right) \cong 1 + \frac{\varepsilon}{5} = 1 + \varepsilon - m ,$$

si trascurano cioè nella parte sinistra i termini $O(\varepsilon^2)$. Finalmente dalla (7)

$$(8) \quad \frac{4}{5}\varepsilon = m , \quad \text{ossia } \varepsilon = \frac{5}{4}m = \frac{15\Omega^2}{16\pi\rho G} ,$$

il risultato più importante di Newton, in questa ricerca. Egli si serve della (8) che fornisce un legame di semplice proporzionalità tra ε e m , per scrivere la relazione

$$(9) \quad \varepsilon_{GIOVE} = \varepsilon_{TERRA} \left(\frac{T_{TERRA}}{T_{GIOVE}}\right)^2 \frac{\text{densità(Terra)}}{\text{densità(Giove)}} ,$$

essendo T_{TERRA} e T_{GIOVE} rispettivamente i periodi di rotazione propria della Terra e di Giove. Newton discute questi risultati e li confronta con le osservazioni fatte dagli astronomi del tempo.

È interessante utilizzare la (9) con i valori astronomici odierni. Ponendovi $\varepsilon_{TERRA} = \frac{1}{294}$, come valore attuale, si ricava ε_{GIOVE} pari a $7,5 \cdot 10^{-2}$ anziché quello oggi misurato $6 \cdot 10^{-2}$. Come si vede il risultato è notevole, rimanendo all'interno dell'ordine di grandezza, mentre è provata una variazione di ρ in funzione della distanza dal centro (particolarmente cospicua per Giove) e una non costanza di Ω (presenza di girazioni intestine per entrambi i pianeti, vedere la bibliografia [4]).

Ritorniamo alla formula (6); poiché Newton non dichiara esplicitamente come è giunto a tale relazione, si presenta il problema di investigare al fine di pervenire alla sorgente della deduzione. Secondo S. Chandrasekhar^[3] la (6) è stata dedotta da Newton utilizzando risultati contenuti nel Libro I dei Principia (Prop. XCI e corollari), e poi elaborando gli stessi con un metodo non esplicitato. La ricostruzione dei procedimenti

offerta da S. Chandrasekhar è peraltro intricata e tortuosa, oltre ad essere lunga nel suo insieme. Se ne potrà accertare il lettore studiando il testo [3] a partire da pagina 387.

È lecito, a questo punto, azzardare una congettura: I. Newton sviluppò, in modo essenziale e almeno per le conclusioni che gli servivano, la trattazione relativa allo sferoide oblato fluido autogravitante e rotante trattenendola nei suoi appunti, cioè non riportandola nei Principia.

Sulla base di questi risultati non pubblicati, egli giunse alla dimostrazione della (6). Peraltro codesto stile di comunicazione delle sue scoperte non è specifico di questo problema, ma è piuttosto diffuso in tutte le sue opere. Basti ricordare con quale pazienza e insistenza l'amico astronomo E. Halley lo convinse a pubblicare in un unico volume la sua ricerca (così nacque la prima edizione dei Principia). Molto si è discusso in proposito; si è parlato di ritrosia del carattere, di riservatezza in tutti i suoi modi di esprimersi. Alcuni anni orsono lo scrivente ha pubblicato una nota^[5] nella quale è illustrata la ideazione e la fondazione del metodo del calcolo delle variazioni; molto tempo prima dell'introduzione di detto metodo da parte di Lagrange e Eulero.

Tale fondazione teorica si rendeva a Newton necessaria al fine di affrontare e risolvere il problema del solido di rivoluzione, penetrante in un dato mezzo continuo ed avente resistenza minima all'avanzamento.

5. Proposta per un'interpretazione della (6) alla luce della teoria di Maclaurin

Il titolo di questo paragrafo potrebbe indurre qualche perplessità nel lettore. Come è possibile, infatti, che I. Newton fosse a conoscenza di una teoria, pubblicata nel 1742, ossia quindici anni dopo la sua morte?

In realtà il Nostro, comportandosi così anche in molti altri casi in un certo senso consimili, si guardò bene di esporre lo sviluppo analitico adeguatamente, fornendo invece i risultati finali.

In questo caso si tratta della teoria di Maclaurin relativa all'equilibrio di una massa fluida omogenea ruotante uniformemente ed autogravitante. Si consideri appunto una massa costituita da un fluido perfetto, ossia non viscoso, incomprimibile ed omogeneo (cioè con densità ρ costante) ed isolata nello spazio: tutte le sue particelle si attraggono mutuamente con la legge di gravitazione universale. Inoltre la massa in discorso ruoti su se stessa uniformemente (ossia ogni particella sia dotata dell'identica velocità angolare) attorno ad un asse passante per il suo centro di massa. Maclaurin dimostrò che esiste una situazione di equilibrio dinamico nella quale la massa si atteggia in forma di un ellissoide di rivoluzione (sferoide oblato) la cui sezione equatoriale è ovviamente circolare mentre quella meridiana qualsiasi è un'ellisse. Storicamente, nello studio matematico della figura della Terra, questo è il primo modello che fu accettato.^[4] Orbene nel modello di Maclaurin^[6] le formule, che forniscono la gravità al polo e quella all'equatore, consentono anche di giungere alla (6). I dettagli del calcolo sono contenuti in Appendice. Resta così dimostrato che la (6) e la conseguente (8), presuppongono inevitabilmente lo sviluppo di un modello teorico, elaborato e pubblicato da Maclaurin assai più tardi

(circa cinquantacinque anni dopo).

6. Considerazioni conclusive

È stato studiato l'approccio newtoniano al problema della figura della Terra, almeno per ciò che concerne la sua sferoidicità. Il metodo dei canali è sorprendente ed elegante; forse è stato adottato, come spunto, da una simile idea di Leonardo, peraltro con obiettivi assai diversi.^[7]

La deduzione della formula (8) (in rapporto a quella proposta da S. Chandrasekhar) sembra assai più esplicita e breve. Lo scrivente ritiene che Newton sviluppò un modello analitico assai simile a quello di Maclaurin, ma, seguendo la ben nota ritrosia in simili circostanze, non rese esplicita questa elaborazione.

Appendice

Poiché nella trattazione di Maclaurin compare la grandezza numerica eccentricità e , troviamo, per l'ellissoide rotondo, il legame tra ε ed e .

Lo schiacciamento ε è fornito dalla formula (vedi (4) del testo)

$$(10) \quad \varepsilon = 1 - \frac{b}{a} ,$$

mentre l'eccentricità e della sezione meridiana è tale che

$$(11) \quad 1 - e^2 = \frac{b^2}{a^2} .$$

Quadrando la (10) otteniamo

$$\frac{b^2}{a^2} = 1 - 2\varepsilon + \varepsilon^2 \cong 1 - 2\varepsilon ,$$

la quale, confrontata con la (11), porge

$$(12) \quad e^2 = 2\varepsilon .$$

Nella bibliografia [6], a pagina 134, si trovano le formule

$$(13) \quad g_{\text{eq}} = 2\pi \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} \left[\arcsin e - e\sqrt{1-e^2} \right] K$$

$$(14) \quad g_{\text{p}} = \frac{4\pi}{e^3} \left[e - \sqrt{1-e^2} \arctan \frac{e}{\sqrt{1-e^2}} \right] K$$

Con K si è indicato il prodotto $G\varrho a$; ora, poiché nella (6) compare il rapporto $g_{\text{p}}/g_{\text{eq}}$, si può assumere per semplicità $K = 1$ nel seguito.

Lasciando la (13) come sta, modifichiamo la (14) come segue. Innanzitutto consideriamo l'espressione

$$(15) \quad e\sqrt{1-e^2} - \sqrt{1-e^2} \arcsin e\sqrt{1-e^2} ;$$

Il secondo termine si trasforma così. Poiché $\arcsin e\sqrt{1-e^2} = z$ (variabile ausiliaria), avremo $e\sqrt{1-e^2} = \sin z$ e quindi $\cos z = \sqrt{1-e^2(1-e^2)} \cong \sqrt{1-e^2}$ (avendo trascurato $O(e^4)$ di fronte a $O(e^2)$). Pertanto $\tan z = e$ ossia $z = \arctan e$ e la (15) diventa

$$(16) \quad e\sqrt{1-e^2} - \sqrt{1-e^2} \arctan e .$$

Dimostriamo che la (16) è uguale a $e - \sqrt{1-e^2} \arctan \frac{e}{\sqrt{1-e^2}}$, a meno di piccolissime quantità. Infatti la precedente si scrive anche

$$e - \sqrt{1-e^2} \arctan e \left(1 + \frac{e^2}{2}\right) \cong e - \sqrt{1-e^2} \arctan e$$

(a meno di quantità $O(e^3)$); dalla (16) $e\sqrt{1-e^2} - \sqrt{1-e^2} \arctan e \cong e - \sqrt{1-e^2} \arctan e$ (sempre per la stessa ragione). In definitiva in luogo di $e - \sqrt{1-e^2} \arctan \frac{e}{\sqrt{1-e^2}}$ nella (14) possiamo scrivere $\sqrt{1-e^2} \left(e - \arcsin e\sqrt{1-e^2} \right)$.

Riscriviamo dunque la formula di partenza così

$$(13) \quad g_{\text{eq}} = 2\pi \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} \left[\arcsin e - e\sqrt{1-e^2} \right]$$

$$(17) \quad g_{\text{p}} = \frac{4\pi}{e^3} \sqrt{1-e^2} \left[e - \arcsin e\sqrt{1-e^2} \right]$$

Allora partiamo dalla (17)

$$g_{\text{p}} = 4\pi \left[\left(e - \arcsin e\sqrt{1-e^2} \right) \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} \right]$$

e sfruttiamo il seguente sviluppo per

$$\arcsin e\sqrt{1-e^2} = e - \frac{e^3}{3} - \frac{2}{15}e^5$$

(che si trova sempre in bibliografia [6] a pagina 134). Allora la quantità in parentesi quadra vale

$$\sqrt{1-e^2} \left[\frac{1}{3} + \frac{2}{15}e^2 \right] .$$

Quest'ultima si sviluppa così:

$$\frac{1}{3} \left(1 - \frac{e^2}{2} \right) \left(1 + \frac{2}{5}e^2 \right) = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{2}{5}e^2 - \frac{5}{10}e^2 \right) = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{e^2}{10} \right) .$$

Pertanto si ottiene

$$(18) \quad g_{\text{p}} = \frac{4\pi}{3} \left(1 - \frac{e^2}{10} \right) .$$

Passiamo ora alla (13) e sfruttiamo il seguente sviluppo per arcsin e (sempre dalla stessa fonte)

$$\arcsin e = e + \frac{e^3}{6} + \frac{3}{40}e^5 .$$

Allora la (13) diventa

$$g_{\text{eq}} = 2\pi \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} \left[e + \frac{e^3}{6} + \frac{3}{40}e^5 - e + \frac{e^3}{2} + \frac{e^5}{8} \right]$$

avendo assunto $(1-e^2)^{1/2} = 1 - \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{8}e^4$. In base a quanto sopra

$$g_{\text{eq}} = 2\pi \sqrt{1-e^2} \left[\frac{2}{3} + \frac{8}{40}e^2 \right]$$

e, ponendo $\sqrt{1-e^2} = 1 - \frac{e^2}{2}$, avremo

$$g_{\text{eq}} = 2\pi \left(1 - \frac{e^2}{2} \right) \left(\frac{2}{3} + \frac{8}{40}e^2 \right) = 2\pi \cdot \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{5}e^2 \right) .$$

Riassumendo

$$g_{\text{p}} = \frac{4\pi}{3} \left(1 - \frac{e^2}{10} \right)$$

$$g_{\text{eq}} = \frac{4\pi}{3} \left(1 - \frac{e^2}{5} \right) ;$$

per la (12)

$$g_{\text{p}} = \frac{4\pi}{3} \left(1 - \frac{\varepsilon}{5} \right)$$

$$g_{\text{eq}} = \frac{4\pi}{3} \left(1 - \frac{2}{5}\varepsilon \right)$$

e finalmente

$$\frac{g_{\text{p}}}{g_{\text{eq}}} = \frac{1 - \frac{\varepsilon}{5}}{1 - \frac{2}{5}\varepsilon}$$

ossia la (6).

Bibliografia

- [1] Newton I., 1687, *Principi matematici della filosofia naturale*, a cura di A. Pala, UTET, Torino
- [2] Chandrasekhar S., 1969, *Ellipsoidal figures of equilibrium*, Dover Publications, New York
- [3] Chandrasekhar S., 1995, *Newton's Principia for the common reader*, Clarendon Press, Oxford

- [4] Jardetzsky W.S., 1958, *Theories of figures of celestial bodies*, Interscience Publishers, New York
- [5] Banfi V., 2001, Il problema del solido di rivoluzione avente la resistenza minima all'avanzamento, nei Principia di Newton, Atti del XXI Congr. Naz. della Storia della Fisica e della Astronomia, Cosenza
- [6] Moulton F.R., 1970, *An introduction to Celestial Mechanics*, Dover Publications, New York
- [7] Banfi V., 1994, *A dynamical problem applied to the Earth, solved by Leonardo da Vinci*, Mem. S.A.It., Vol 65-2