

Il cielo e l'uomo: problemi e metodi di astronomia culturale

Atti del VII Convegno Nazionale
della Società Italiana di Archeoastronomia
*Roma, Museo Nazionale Romano,
Terme di Diocleziano*
28 - 29 settembre 2007

A cura di
Elio Antonello

Società Italiana di Archeoastronomia
2010

Indice

Presentazione	iii
---------------------	-----

Parte prima. Orientamenti astronomici, geometrie e metodi

Osservazioni sulla basilica sotterranea di Porta Maggiore in Roma	3
Parte prima: <i>I. Sciortino</i>	
Parte seconda: <i>L. Labianca</i>	
L'orientamento astrale del Tempio del Kothon di Mozia	15
<i>L. Nigro</i>	
Archeoastronomia: metodi e strumenti	25
<i>P. Moscati</i>	
The orientation of the Rujm el-Hiri Southeast Gate.....	35
<i>A. Polcaro, V.F. Polcaro</i>	
La geometria pitagorica della tomba a tholos del tesoro di Atreo di Micene.....	39
<i>M. Ranieri</i>	
Ipotesi sulla fondazione e sulla forma dell'insediamento di Drupad Kila (U.P.- India)	45
<i>A. Dallaporta, L. Marcato</i>	
I rapporti tra architettura e corpi celesti nell'antica Mesopotamia.....	55
<i>L. Verderame</i>	
Contenuti geometrici, metrici e calendariali delle strutture architettoniche preispanche mesoamericane	63
<i>M. Ranieri</i>	
Criteri di orientazione astronomica nelle strutture fortificate dell'Irlanda altomedioevale	81
<i>A. Gaspani</i>	
Archeoastronomia Ligustica: bilancio di venti anni di ricerche.....	97
<i>M. Codebò, H. de Santis</i>	
Penetrazione della luce del Sole al tramonto del solstizio d'inverno ed al tramonto equinoziale in una struttura a <i>tholos</i> del promontorio del Caprione (Lerici, La Spezia).....	109
<i>S. Berti, E. Calzolari, S. Marchi</i>	

Parte seconda. Astronomia e civiltà umana

Tempo della creazione e ciclo precessionale nella Bibbia	119
<i>E.A. Bianchi, M. Codebò, G. Veneziano</i>	
Le feste romane dei solstizi: <i>Fors Fortuna</i> e <i>Saturnalia</i>	133
<i>L. Magini</i>	

Glimpses into the Inca astronomy from a Jesuit document of the early 17 th century	137
<i>L. Laurencich, G. Magli</i>	
Quel cane di Sirio: una stella su Roma antica. Antropologia astronomica nella poesia e nella trattatistica latina.....	147
<i>D. Ienna</i>	
XP, SATOR e le radici ebraiche del cristianesimo. La simbologia olistica e l'astronomia culturale.....	163
<i>T. Brescia</i>	
I luoghi dell'astronomia in città: Roma e Praga, due capitali sullo stesso meridiano.....	173
<i>N. Lanciano</i>	
Il Salone dei Mesi di Schifanoia: dal rilievo alla lettura critica	181
<i>M. Incerti</i>	
Note sulla datazione della SN 1054 dalle fonti orientali.....	187
<i>G. Lupato</i>	

Parte terza. Storia dell'astronomia

Ipotesi e considerazioni circa la geografia sottostante i due orologi catottrici del XVII secolo realizzati a Roma dal Maignan	193
<i>M. Berardo, N. Lanciano</i>	
La precisione di Galileo sulle distanze dei satelliti Medicei	207
<i>F. Castaldi</i>	
La forma della Terra nei Principia di Newton.....	219
<i>V. Banfi</i>	

Parte quarta. Cultura e società

Il Far West dei Greci: tutto vero? Tutto vero!.....	231
<i>S. Frau</i>	

La geometria pitagorica della tomba a tholos del tesoro di Atreo di Micene¹

Marcello Ranieri

INAF, IASF-Roma, Via del Fosso del Cavaliere 100, 00183, Roma, Italy

Introduzione

Le nove tombe a Tholos di Micene costituiscono un gruppo omogeneo sia per collocazione (tutte si trovano sul lato occidentale, vicino alla cittadella di Micene), sia rispetto al loro uso (funerario), sia per la tipologia architettonica (cupola a falsa volta e accesso da dromos attraverso uno stomion), sia pure per la loro collocazione temporale: sono state infatti tutte costruite nel periodo relativamente breve di due secoli, all'incirca dal 1525 al 1300/1225 a.C. (Wace 1949). Per la storia dell'architettura, la Tholos del Tesoro di Atreo rappresenta l'archetipo delle grandi cupole a volta a sbalzo ed è stata la più grande cupola dell'antichità, prima della realizzazione, 1500 anni più tardi, del Pantheon di Roma (1 sec. d.C.).

Poiché l'uso dei numeri interi in combinazioni perfette o quasi perfette è stato riscontrato assai frequentemente nell'antichità,² per l'analisi sono stati introdotti tre parametri geometrici (vedi Figura 1) che riconducono gli schemi entro segmentazioni rettangolari eventualmente riconducibili a terne numeriche squadranti (Terne). Uno squadro numerico richiede tre numeri interi (una terna) per definire le lunghezze dei lati e delle diagonali in termini di multipli dell'unità di lunghezza.

È stata condotta una analisi geometrica con tecniche CAD³ sui rilievi archeologici delle nove tombe.⁴ In Tabella 1 è riportato un repertorio di Terne, risultante dall'analisi, in grado di descrivere diverse tra le principali proporzioni geometriche delle nove tombe a Tholos di Micene.⁵

Tab. 1. Terne rintracciabili nelle nove tombe a Tholos. Da sinistra: simbolo della Terna, gli interi A-B-C della Terna, la proporzione che esprime $r = B/A$.

SIMBOLO	A	B	C	r=B/A	SIMBOLO	A	B	C	r=B/A	SIMBOLO	A	B	C	r=B/A
Q	7	7	10	1	4/W	24	28	37	1.666	W	5	12	13	2.4
Q	12	12	17	1	MA	4	7	8	1.75	WB	10	25	27	2.5
3/W	20	25	32	1.25	M	8	15	17	1.875	2D	6	16	17	2.666
D	3	4	5	1.333	MC	12	23	26	1.916	G	12	35	37	2.916
√2	12	17	21	1.416	2Q	12	24	27	2	3Q	7	21	22	3
L	10	15	18	1.5	2Q	13	26	29	2	GA	7	24	25	3.4287

¹ In parte presentato come "Poster" al 15th SEAC Annual Meeting, & 8th Oxford International Conference on Archaeoastronomy And Astronomy in Culture, Luglio 2007, Klaipėda, Lithuania. Costituisce inoltre parte del lavoro di tesi di laurea triennale di Valentina Galgano del corso di Sci. Appl. ai Beni Culturali e alla Diagnostica per la loro Conservazione, Facoltà di Scienze Mat. Fis. e Nat., Università di Roma "La Sapienza".

² Ranieri 1997, Malgora 2000, Ranieri 2002, Ranieri 2005a, Ranieri 2005b, Patanè 2006, Ranieri 2006.

³ Computer Aided Drawing.

⁴ Tutti i rilievi sono da Pelon 1976.

⁵ Per un repertorio più vasto vedi Ranieri 1997.

I parametri geometrici

Per classificare le caratteristiche geometriche ortogonali principali sono stati introdotti tre parametri (Figura 1):

- **VA** (Vault): il rapporto altezza/raggio. $VA = h/r = H/(\Phi/2)$.
- **CH** (Chamber): il rapporto (diametro+stomion)/diametro. $CH = (\Phi+s)/\Phi$
- **DR** (Dromos): il rapporto tra lunghezza del dromos ed il diametro $DR = d/\Phi$.

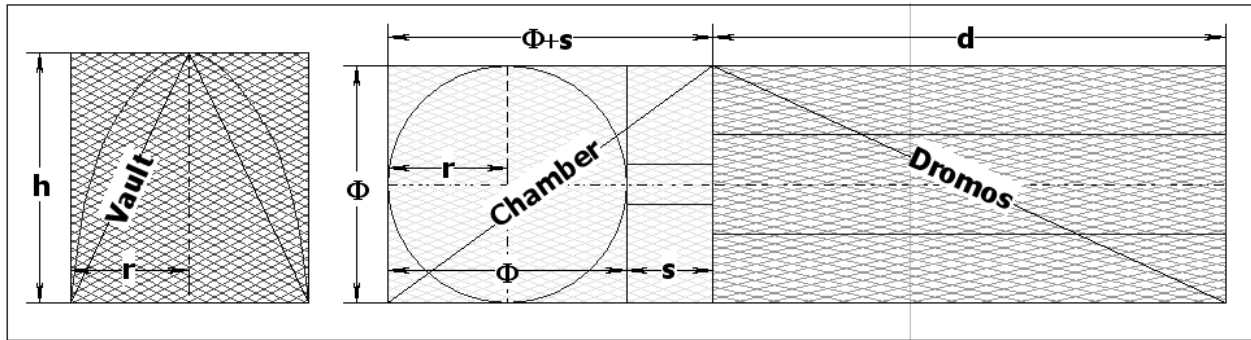


Fig. 1. Parametri rettangolari introdotti per la classificazione geometrica delle tombe a Tholos di Micene: $VA = h/r = H/(\Phi/2)$, $CH = (\Phi+s)/\Phi$, $DR = d/\Phi$.

Risultati

I valori dei parametri restituiti dalle misure CAD effettuate sui rilievi delle nove tombe permette l'associazione con le proporzioni delle Terne qualora l'indeterminazione sia ben contenuta (minore o al più eguale a circa 1%), come del resto si verifica nella maggior parte dei casi. I risultati sono riassunti nelle Tabelle 2 (VA), 3 (CH) e 4 (DR).

VA - Per sette cupole su nove la posizione dell'apice della volta (crollata) è solo ipotetica ed è determinata da Pelon (Pelon 1976) per estrapolazione della curvatura inferiore. Il parametro VA che esprime la proporzione della cupola ha per queste tombe un ampio margine di inaffidabilità. Soltanto nella Tholos di Atreo e dei Genii la cupola appare nei rilievi integra fino all'apice. L'analisi su queste due Tholoi restituisce una congruità delle altezze con un parametro VA molto vicino a 15/8 riferibile alla terna pitagorica **M=8-15-17**. Tale valore peraltro è ben compatibile con le altezze delle cupole Ciclopi (0,5%), Epano Phournos (1%) e Clitennestra (0,1%) e non del tutto incompatibile con le altezze Egisto (2,8%) e Panagia (3,6%); per Kato Phournos e Leoni l'extrapolazione è da considerare inaffidabile.

CH - Il parametro CH relativo alla camera ed al suo stomion (Tabella 3) - con l'esclusione della Tholos di Egisto - che presenta una ambiguità proprio sullo stomion⁶ - divide chiaramente le Tholoi in due gruppi:

“Gruppo $\sqrt{2}$ ” (Ciclopi, Epano Phournos, Panagia, Clitennestra)

“Gruppo **D**” (Kato Phournos, Leoni, Genii, Atreo)

In ogni gruppo, la modularità è chiaramente presente nonostante la diversità delle dimensioni. Il risultato è anche illustrato in Figura 2.

DR - Il parametro DR relativo al dromos (Tabella 4) non è valutabile per le tombe di Epano Phournos, di Egisto e dei Ciclopi. Per le altre non sembra assumere alcun

⁶ Per la sovrapposizione di due fasi costruttive.

particolare carattere classificativo.

Tab. 2. Le associazioni del parametro geometrico VA con le proporzioni ternarie rintracciabili in CAD.

	Φ		h			VA			Terne			ε
	media	ε	min	Max	media	min	Max	media	Terna	A-B-C	r=B/A	%
CICLOPI	7,975	$\pm 0,6\%$	7,43	7,60	7,51	1,852	1,916	1,884	M	8-15-17	1,875	0,5 %
EP. PHOUR.	11,39	$\pm 0,6\%$	10,44	10,69	10,56	1,822	1,889	1,855	M	8-15-17	1,875	1,0 %
PANAGIA	8,16	$\pm 0,7\%$	7,86	8,00	7,93	1,912	1,975	1,943	M	8-15-17	1,875	3,6 %
CLITENN.	13,82	$\pm 0,3\%$	12,87	13,02	12,94	1,857	1,889	1,873	M	8-15-17	1,875	-0,1 %
GENII	8,801	$\pm 0,7\%$	8,16	8,18	8,21	1,842	1,872	1,857	M	8-15-17	1,875	-1,0 %
ATREO	14,85	$\pm 0,3\%$	13,84	14,05	13,94	1,857	1,896	1,877	M	8-15-17	1,875	0,1 %
EGISTO	13,98	$\pm 0,3\%$	13,22	13,73	13,47	1,884	1,971	1,927	M	8-15-17	1,875	2,8 %

Tab. 3. Le associazioni del parametro geometrico CH con le proporzioni ternarie rintracciabili in CAD.

	Φ		$\Phi+s$			$CH = (\Phi+s)/\Phi$			Terne			ε
	media	ε	min	Max	media	min	Max	media	Terna	A-B-C	r=B/A	%
CICLOPI	7,975	$\pm 0,6\%$	11,21	11,41	11,31	1,398	1,439	1,418	$\sqrt{2}$	12-17-21	1,4167	1,2 %
EP. PHOUR.	11,39	$\pm 0,6\%$	16,06	16,18	16,12	1,401	1,429	1,415	$\sqrt{2}$	12-17-21	1,4167	-0,1 %
PANAGIA	8,16	$\pm 0,7\%$	11,32	11,67	11,49	1,377	1,441	1,409	$\sqrt{2}$	12-17-21	1,4167	-0,5 %
CLITENN.	13,82	$\pm 0,3\%$	19,21	19,27	19,24	1,386	1,398	1,397	$\sqrt{2}$	12-17-21	1,4167	1,4 %
KA. PHOUR	10,36	$\pm 1,2\%$	13,97	14,11	14,04	1,333	1,378	1,355	D	3-4-5	1,333	1,6 %
LEONI	14,59	$\pm 0,6\%$	19,32	19,66	19,49	1,315	1,356	1,336	D	3-4-5	1,333	0,2 %
GENII	8,801	$\pm 0,7\%$	11,71	11,83	11,77	1,322	1,353	1,338	D	3-4-5	1,333	0,3 %
ATREO	14,85	$\pm 0,3\%$	19,73	20,02	19,87	1,324	1,350	1,337	D	3-4-5	1,333	0,3 %

Tab. 4. Le associazioni del parametro geometrico DR con le proporzioni ternarie rintracciabili in CAD.

	Φ		d			$DR = d/\Phi$			Terne			ε
	media	ε	min	Max	media	min	Max	media	Terne	A-B-C	r=B/A	%
PANAGIA	8,16	$\pm 0,7\%$	14,38	14,78	14,58	1,749	1,824	1,787	9/5	15-27-31	1,800	-0,7 %
CLITENN.	13,82	$\pm 0,3\%$	36,59	37,06	36,83	2,640	2,689	2,664	D (x2)	3-4-5(x2)	2,666	-0,1 %
KA. PHOUR	10,36	$\pm 1,2\%$	11,66	12,20	11,93	1,113	1,191	1,152	7/6	35-30-46	1,167	-1,3 %
LEONI	14,59	$\pm 0,6\%$	22,27	22,61	22,44	1,516	1,559	1,5375	LT	13-20-24	1,538	0,01 %
GENII	8,801	$\pm 0,7\%$	17,59	17,75	17,67	1,985	2,031	2,008	2Q	12-24-27	2,000	0,4 %
ATREO	14,85	$\pm 0,3\%$	35,87	36,03	35,95	2,407	2,433	2,420	W	5-12-13	2,4	0,8 %

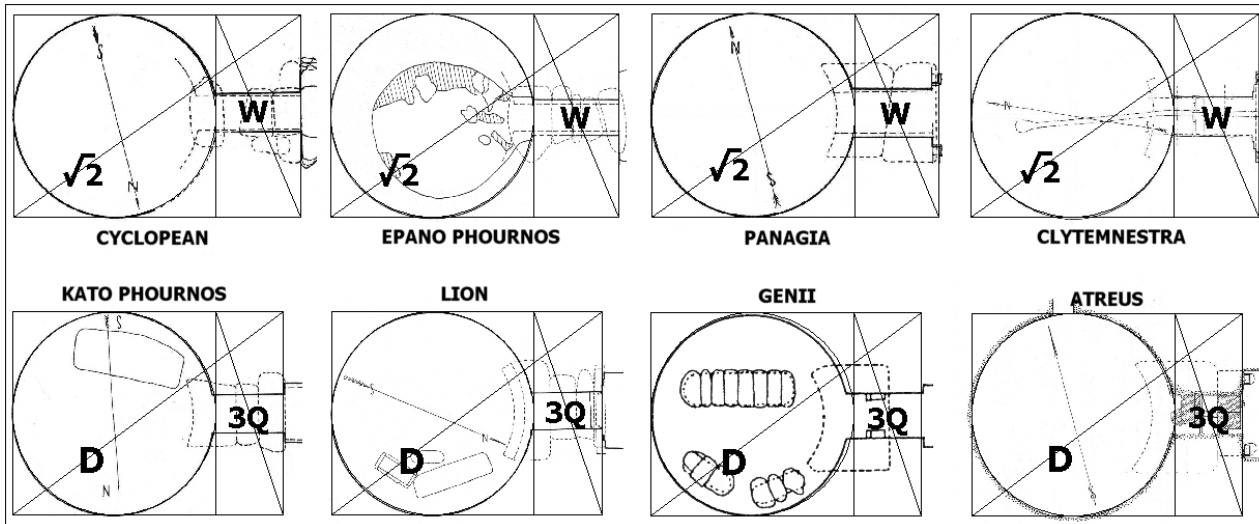


Fig. 2. Tholoi classificate dal parametro geometrico CH. Non è mostrato il risultato per la Tholos di Egisto che presenta una ambiguità proprio sullo stomion (due fasi costruttive sovrapposte).

La Tholos di Atreo

Per la Tholos di Atreo (Figura 3) tutte le più significative proporzioni geometriche appaiono governate da Terne Pitagoriche: $CH = D$, $DR = W$, $VA = M$ e GA , (ognuna attraverso un opportuno moltiplicatore, Tabella 5).

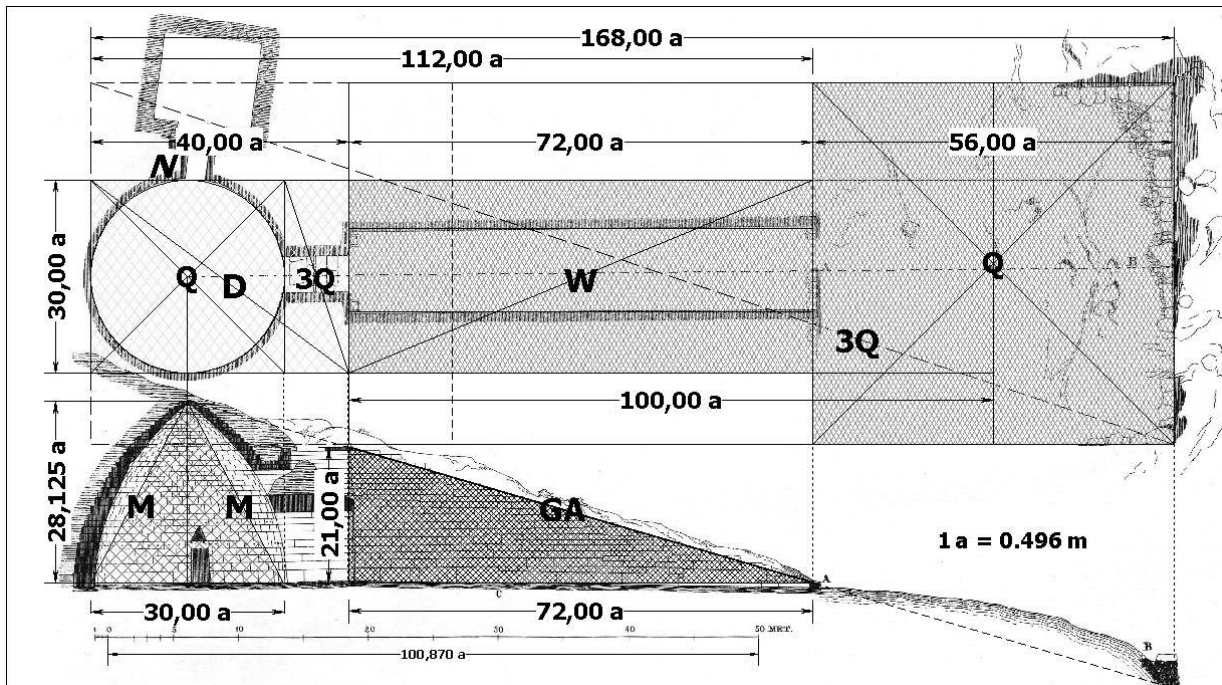


Fig. 3. Tholos del Tesoro di Atreo. Risultati geometrici e numerici che illustrano l'impiego di terne pitagoriche (D , M , W , GA) ed altre notevoli (Q , $3Q$); L'unità di lunghezza è di 0,496 m. il valore corrisponde entro qualche permille ai noti valori di cubito mesopotamico: cubito assiro 0,494 m, cubito sumerico 0,500 m, cubito della statua di Gudea di Lagash 0,496 m.

Tab. 5. Le Terne Pitagoriche e i loro moltiplicatori rintracciabili nella Tholos di Atreo.

Terna	A-B-C	Moltiplicatore	Risultato
D	3-4-5	x 10	30 - 40 - 50
W	5-12-13	x 6	30 - 72 - 78
M	8-15-17	x 15/8	15 - 28+1/4 - 32-1/4
GA	7-24-25	x 3	21 - 72 - 75

È di particolare interesse che le quattro pitagoriche sono i primi quattro termini della serie di pitagoriche generate dalla formula - nota già ai mesopotamici - riportata da Diofanto (III sec. DC) nella sua "Aritmetica" (problema 8, Libro II).⁷

Tab. 4. Costruzione delle 4 terne della Tholos di Atreo con la regola riportata da Diofanto.

Termine n°	M	N	A=M ² -N ²	B=2MN	C=M ² +N ²	SIMBOLO
1	2	1	3	4	5	D
2	3	2	5	12	13	W
3	4	1	15	8	17	M
4	4	3	7	24	25	GA

Le analisi CAD consentono infine di derivare le unità di lunghezza. Per il Tesoro di Atreo risulta un valore di 0.496 m ± 0.004. Entro l'errore⁸ a questo valore corrispondono assai bene valori noti di cubito mesopotamico (cubito Assiro di 0,494 m; cubito Sumero di 0,500 m; cubito di Lagash della statua di Gudea di 0,496 m).

Conclusioni

L'analisi geometrica condotta con tecniche CAD sui rilievi archeologici delle nove tombe a Tholos di Micene ha messo in evidenza come sia lecito ritenere che nella ideazione e nella realizzazione i costruttori si siano avvalsi dello squadro numerico per Terne con combinazioni sia perfette (vale a dire Pitagoriche) che quasi-perfette.

La forma delle cupole, nei casi più ragionevolmente valutabili, appare congrua con un rapporto altezza/raggio di 15/8, riconducibile alla proporzione della terna precisa **M=8-15-17**. Il rapporto tra la lunghezza della camera (intesa come diametro Φ + stomion **S**) - ed il diametro Φ della Tholos risulta chiaramente da ricondurre a due sole tipologie:

$$(\Phi + S) / \Phi = \sqrt{2}$$

$$(\Phi + S) / \Phi = 4/3$$

con valori anch'essi riconducibili a Terne numeriche (la quasi-perfetta $\sqrt{2}=12-17-21$ e la Pitagorica **D=3-4-5**).

La Tholos del Tesoro di Atreo, già nota per le sue eccezionali qualità costruttive ed architettoniche, spicca tra le nove tombe per avere tutte le proporzioni (le principali e determinanti) riconducibili, entro eccellenti margini di errore, alle proporzioni espresse dai primi quattro termini della nota serie di terne pitagoriche riportata da Diofanto e già conosciuta in Mesopotamia nel secondo millennio a.C. Potrebbe non essere accidentale il fatto che l'unità di lunghezza che si ricava dall'analisi (0,496 m) coincide con valori noti di cubito mesopotamico, di quello di Lagash (Gudea) in particolare.

⁷ Dati M ed N con $M > N$ primi tra loro e di parità diversa, allora con $A = M^2 - N^2$, $B = 2MN$, $C = M^2 + N^2$ A-B-C è una terna Pitagorica (tale cioè che $A^2 + B^2 = C^2$).

⁸ Valutato intorno all'1 % e principalmente dovuto all'indeterminazione sulla scala metrica del grafico.

Bibliografia

- Neugebauer O., 1957, *The Exact Sciences in Antiquity*, Brown University Press, Providence, Rhode Island
- Malgora S., 2000, *L'uso dei numeri e la Ritualizzazione nelle Strutture Cerimoniali nella Topografia Monumentale di Saqqara*, Thesis, Univ. di Bologna.
- Patanè A., 2006, *Indagine Archeoastronomica sulla Basilica Sotterranea di Porta Maggiore in Roma*, Thesis, Univ. di Roma "La Sapienza"
- Pelon O., 1976, *Tholoi, Tumuli et Cercles Funéraires*, École Française d'Athènes, Fascicule 229ème, Athènes
- Ranieri M., 1997, *Triads of Integers: How Space Was Squared in Ancient Times*, Journal of Ancient Topography-Rivista di Topografia Antica 7
- Ranieri M., 2002, *Geometry at Stonehenge*, *Archaeoastronomy: The Journal of Astronomy in Culture*, XVII, pp. 81-93
- Ranieri M., 2005a, *La Geometria del Tempio Urbano di Marzabotto (Regio I-Ins.5)*, Culti, Forma Urbana e Artigianato a Marzabotto. Nuove Prospettive di Ricerca, Dipartimento di Archeologia Univ. di Bologna N°11
- Ranieri M., 2005b, *The Stone Circles of Li Muri*, Proc. 13th SEAC Conference: Lights and shadows in cultural astronomy, Isili, Sardinia, Italy. Associazione Archeofila Sarda, P. Zedda e J.A. Belmonte ed., Isili, 2007, p. 58
- Ranieri M., 2006, *Contenuti geometrici, numerici, metrici e astronomici del tempio nuragico a pozzo "Su Tempiesu" di Orune*, 6° Convegno Annuale Società Italiana di Archeoastronomia, Campobasso 2006 Proc. in press
- Wace A.B.J., 1949, *Mycenae*, Princeton